Il Leonardo

37

anno V
Marzo 2007

Periodico di Giochi Matematici dell'I.T.I.S
"Leonardo da Vinci" di Carpi

Comitato di redazione: prof. Alfonso Cornia, prof. Giorgio Goldoni
Collaboratori: prof. Giovanni Barbi, prof. Giuseppe Gagliani Caputo, dott. Antonio Pagliaro
Prodotto e stampato presso l'ITIS "Leonardo da Vinci"
Via B. Peruzzi, 9 – 41012 Carpi (MO) – tel. 059 69 52 41 – fax 059 64 30 28
www.itisvinci.com - e-mail: il_leonardo@libero.it

110 E LODE

Anche quest'anno il responsabile di Istituto per le gare e tornei di matematica ha consegnato a tutti gli allievi che hanno partecipato a uno o più tornei organizzati dalla nostra scuola e dal nostro giornalino **"Il Leonardo"** l'attestato di partecipazione, con l'indicazione dei risultati raggiunti. E' uno modo per rendere conto a tutti i Consigli di Classe delle attività svolte dai singoli allievi, in modo che il loro impegno e i loro risultati vengano riconosciuti anche al momento della valutazione finale.

L'anno scorso gli attestati rilasciati erano 90, mentre quest'anno sono passati a… 110. Potremmo aggiungere anche la lode, dato che questo risultato è il frutto dell'impegno e dell'entusiasmo che hanno via via contagiato un numero crescente di studenti.

Ricordiamo ancora una volta il valore estremamente positivo degli allenamenti pomeridiani, che ha portato alla costituzione della squadra **"Il Leonardo"** la quale ha partecipato con ottimi risultati alla gara a squadre organizzata dalla Bocconi nel mese di aprile: la nostra scuola si è classificata, su 90 Istituti di tutta Italia, al 7° posto, prima fra tutti gli Istituti Tecnici. Ci sembra giusto elencare qui i nomi degli allievi che hanno contribuito all'ottimo risultato: Tarroni Andrea, Zanfi Gianluca, Diop Bokar, Florini Matia, Fathpoor Keivan, Cottone Giuseppe, Boselli Daniele, Pedrielli Augusto, Ghirondi Andrea, Ragazzini Gregorio, Yu Weizheng, Righetti Manuel, Cavani Nicola, Armillotta Lorenzo, Baluta Gabriel, Kokrut Medine, Zampirolo Matteo, Crema Roberto, Tramontano Danilo, Ricaldone Ginaluca, Stanco Lorenzo, Mantovani Serena, Galeotti Alessandro, Russo Matteo, Ferrari Marco, Salvaterra Marco, Chen Yilai, Guerra Sabrina, Esposito Fabio, Zironi Claudio, Asprea Daniel, Giglioli Andrea, Pini Fabio, Zironi Franco.

Infine, ma non ultimo, quest'anno avremo ben due concorrenti del nostro Istituto che parteciperanno alla finale nazionale dei Campionati di matematica a Milano: si tratta di una vecchia conoscenza (il prof. Giorgio Goldoni, ormai abbonato al pullman per Milano) e di un ottimo acquisto della nostra scuola (Andrea Tarroni di 1F): in bocca al lupo per la finale!

Il Comitato di Redazione

INDICE

IL SIMBOLO DEL MESE

I simboli comunemente utilizzati in matematica, da quelli più elementari (come somma, sottrazione ecc.) a quelli che si incontrano in uno studio più avanzato (integrale, derivata, limite ecc.) li troviamo già pronti sui libri di testo e abbiamo l'impressione che siano per così dire un dato immutabile, senza una storia. In realtà, come abbiamo mostrato nelle scorse annate de **"Il Leonardo",** *dietro questi simboli c'è sempre una storia, apparentemente minore, ma non per questo priva di interesse.*

*****

Radiante

Il radiante è l'angolo piano che sottende, su una circonferenza centrata nel suo vertice, un arco di lunghezza uguale al raggio. Mentre nella vita di tutti i giorni e nelle attività commerciali e tecnologiche si utilizza in gran parte, come unità di misura degli angoli, il grado sessagesimale (di cui ci siamo già occupati in questa rubrica), il radiante è utilizzato largamente in ambito scientifico. Infatti esso fa parte delle unità comprese nel Sistema Internazionale (S.I.) delle unità di misura, riferimento essenziale della comunità scientifica. Inizialmente, questa unità faceva parte, insieme all'unità di misura degli angoli solidi, chiamata *steradiante*, di una categoria a parte, quella delle *Unità supplementari*. Questa categoria è stata abrogata nel 1995 dalla 20^{a} Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure (CGPM), e inserita nel più vasto elenco delle unità derivate.

La paternità del termine *radiante*, che risale alla seconda metà dell'800, viene attribuita dalla maggior parte degli storici della scienza al fisico James Thomson (fratello di Lord Kelvin) del Queen's College di Belfast e al matematico Thomas Muir, della St. Andrew's University. Essi proposero il termine *radiante*, abbreviato in *rad*, come contrazione di 'radial angle'. Varie proposte alternative vennero avanzate, fra le quali quella di Halstead che nel suo testo Mensuration del 1881 propose la lettera greca ρ (rho) per indicare il radiante, fino alla definitiva adozione di rad a partire dai primi del '900. **A.C.**

REGOLAMENTO DEL TORNEO

È iniziato, col n.33 de **"Il Leonardo"**, il quinto torneo di giochi matematici e logici aperto agli studenti delle Scuole Superiori della Provincia di Modena. In ogni numero vengono pubblicati dai 16 ai 18 quesiti di vario tipo e di diverso livello di difficoltà, per un totale di 100 quesiti, le cui soluzioni saranno due numeri dopo.

Alle risposte verrà attribuito un punteggio da 0 a 3 che terrà conto della correttezza ma anche della qualità e della completezza della soluzione.

Verranno compilate classifiche di tappa e la classifica generale: alla fine assegneremo ricchi premi ai meglio classificati.

Come si partecipa. Per gli studenti del nostro Istituto è stata predisposta, vicino alla sala insegnanti, una cassetta postale con l'indicazione "Torneo di matematica": avete circa un mese di tempo dalla data di pubblicazione del giornalino per risolvere gli esercizi e scrivere su un foglio, possibilmente al computer o a mano (ma con bella grafia!) la vostra soluzione indicando nome e cognome, classe di appartenenza e numero del quesito.

Per i problemi di questo numero, le risposte dovranno essere imbucate nell'urna o spedite via e-mail a **il_leonardo@libero.it** entro il giorno

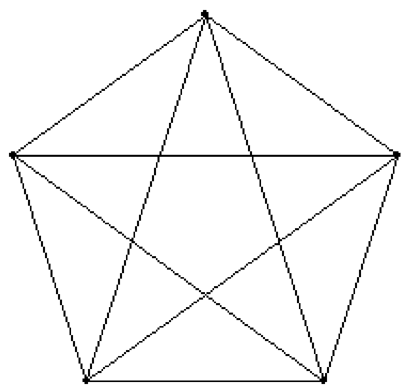
20 MAGGIO 2007

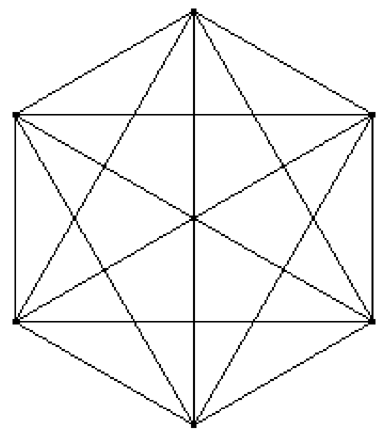
Attendiamo le vostre soluzioni!

Gli insegnanti di altre scuole che intendessero far partecipare al Torneo alunni del proprio Istituto dovranno farne richiesta via e-mail all'indirizzo **il_leonardo@libero.it.** Riceveranno così ogni volta le soluzioni dei quesiti con le istruzioni per l'attribuzione del punteggio e per la compilazione, su apposito modulo da rispedire allo stesso indirizzo, della classifica di tappa dei propri studenti. Sul giornalino verrà quindi pubblicata un'unica classifica contenente i nominativi degli studenti di tutte le scuole che hanno partecipato.

I QUESITI DE "IL LEONARDO"

419 È noto a tutti che, dati i vertici di un pentagono convesso, è possibile tracciare i lati e le diagonali senza mai staccare la matita dal foglio. Lo si può fare anche nel caso di un esagono?



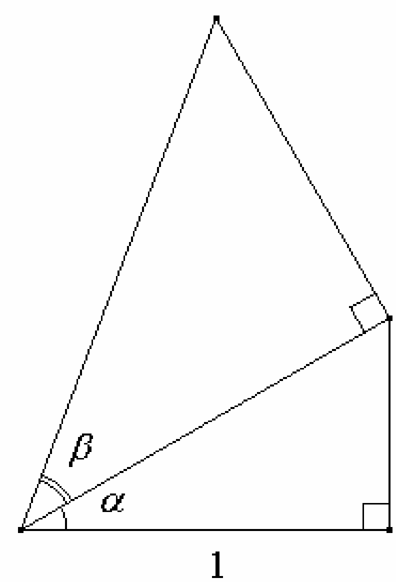


420 Nel piccolo villaggio di Hill Valley si svolge l'annuale ballo al quale sono invitati tutti i giovani, ragazzi e ragazze, del paese. L'orchestra attacca subito con i più travolgenti balli country e i giovani presenti non sanno resistere alla tentazione di lanciarsi nelle danze. Il ragazzo più giovane balla con cinque ragazze, il secondo balla con sei ragazze, il terzo con sette, il quarto con otto ragazze. Il ragazzo più grande balla con tutte le ragazze. Quanti sono i maschi e le femmine sapendo che in tutto nel villaggio ci sono 20 giovani?

421 Qual è la probabilità che, spezzando a caso un segmento in tre parti, si ottengano i possibili lati di un triangolo?

422 Giorgio sta a Bruxelles per una importante riunione d'affari. Stasera è atteso a Berlino per un altro impegno. Il treno impiega in tutto otto ore per i viaggio. Nelle ultime quattro ore, a causa della linea ferroviaria un po’ antiquata, la velocità è pari solo all’80% di quella tenuta nelle prime quattro ore di viaggio. Quanti km ha percorso nelle due metà del viaggio e quale velocità ha tenuto in ognuna di esse? Dimenticavamo: la distanza fra le due città è di 648 km, garantiti da Giorgio in persona!

423 Partendo dalla figura sotto, sapreste ricavare direttamente la formula di addizione per la tangente, senza passare attraverso le formule di addizione di seno e coseno?



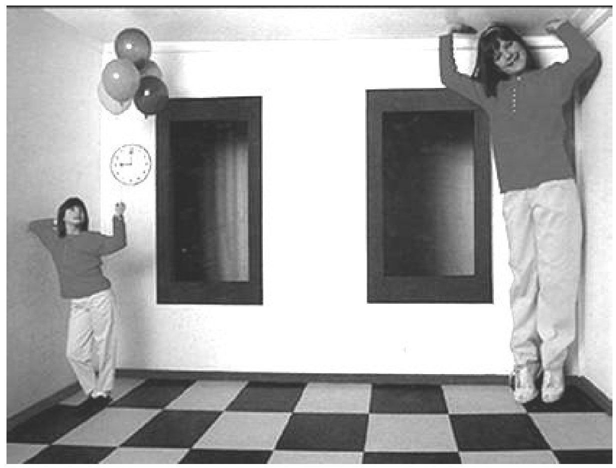
424 Boe sta bevendo un po’ di whisky scozzese che contiene il 40% di alcool.

Andando in ferie, il nostro Boe ha dimenticato su uno scaffale la bottiglia di Whisky senza tappo e al suo ritorno ha trovato un’amara sorpresa: metà dell’alcool è evaporato facendo scendere la percentuale di alcool nella bottiglia. Adesso non è più il 40% ma è il…

425

Si può semplificare l'espressione $\log_{\sqrt[3]{a}} x + \log_a x^2$?

426



La stanza di Ames è uno dei più noti e interessanti esempi di illusioni ottiche. A Tucumcari, nello stato del New Mexico, ne hanno costruito un esemplare con il pavimento a forma di trapezio isoscele. Sappiamo che la base minore misura 2 metri, che l'altezza è di 4 metri e che l'area e il perimetro del pavimento sono espressi dallo stesso numero (rispettivamente in metri quadrati e in metri, ovviamente!). Quanto valgono area e perimetro del pavimento?

427

In una delle sue lezioni, il professor Apotema ha mostrato che $1+2+2^2+2^3+...+2^{n-1}=2^n-1$, usando il *"metodo della valanga"*. Sapreste calcolare il valore della somma

$$1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+4\cdot 2^3+5\cdot 2^4+...+n\cdot 2^{n-1} ?$$

428

Ed ecco un quesito degno di Geny! Se facciamo la seguente somma: $0{,}1+0{,}02+0{,}003+0{,}0004+...$ che potremmo anche scrivere come $\frac{1}{10}+\frac{2}{100}+\frac{3}{1000}+\frac{4}{10000}+\frac{5}{100000}+\frac{6}{1000000}+...$, quanto vale la 2007$^{\text{esima}}$ cifra decimale?

429 Usando la formula $\int f(x)^{\alpha} f'(x)\,dx = \dfrac{f(x)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c$, per $\alpha \neq -1$, possiamo calcolare $\int \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$ in almeno due modi diversi:

1) $\int \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx = -\int \cos^{-3} x\,(-\sin x)\,dx = -\dfrac{\cos^{-2} x}{-2} + c = \dfrac{1}{2\cos^2 x} + c$

2) $\int \dfrac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx = \int \tan x \dfrac{1}{\cos^2 x}\,dx = \dfrac{\tan^2 x}{2} + c$

Eppure $\dfrac{1}{2\cos^2 x} \neq \dfrac{\tan^2 x}{2}$! Come è possibile?

430 Il numero di telefono del direttore della Banca Centrale Europea (BCE) è ovviamente segretissimo. Ci hanno detto però che comincia con la cifra 2. Se portiamo la cifra 2 al posto delle unità facendo slittare verso destra tutte le altre cifre, si ottiene un altro numero di telefono che è il triplo di quello dato. Guarda caso, il nuovo numero ottenuto è quello, anch'esso segretissimo, del direttore della Federal Reserve (comunemente abbreviata con FED), che la Banca centrale degli Stati Uniti. Con questi indizi dovrete trovare il numero di telefono dei due banchieri.

431 Il figlio maggiore di Apotema ha compiuto gli anni da poco. Apotema si è accorto che il numero che esprime l'età del figlio ha le cifre scambiate rispetto a quello che rappresenta il numero di anni che egli stesso compirà quest'anno! Un fatto del genere non era mai accaduto … Ma ancor più sorprendente è il fatto che Apotema si è accorto che la cosa è destinata a ripetersi ancora quattro volte (sempre che Apotema sia abbastanza longevo!). Fino a che età dovrebbe vivere Apotema per arrivare all'ultima coincidenza?

432 Ugo sta aiutando il figlio a fare i compiti di geometria. Per risolvere un esercizio, ad un certo punto cita un po' a memoria un teorema che, almeno così gli pare, ha studiato tanti anni prima: "Due triangoli sono congruenti se hanno congruenti due lati e l'angolo opposto ad uno di essi". Noi non siamo però troppo d'accordo. Sapreste dimostrare che il teorema di Ugo è falso?

433 In un gruppo di persone c'è chi parla l'inglese, chi il francese e chi ancora il tedesco. Indichiamo rispettivamente con *E*, *F, D* l'insieme delle persone che parlano inglese, francese e tedesco. Provate a esprimere, mediante le operazioni di unione, intersezione e complemento, l'insieme delle persone che parlano:
a) almeno una delle tre lingue; b) solo una delle tre lingue;
c) non più di una delle tre lingue; d) almeno due delle tre lingue.

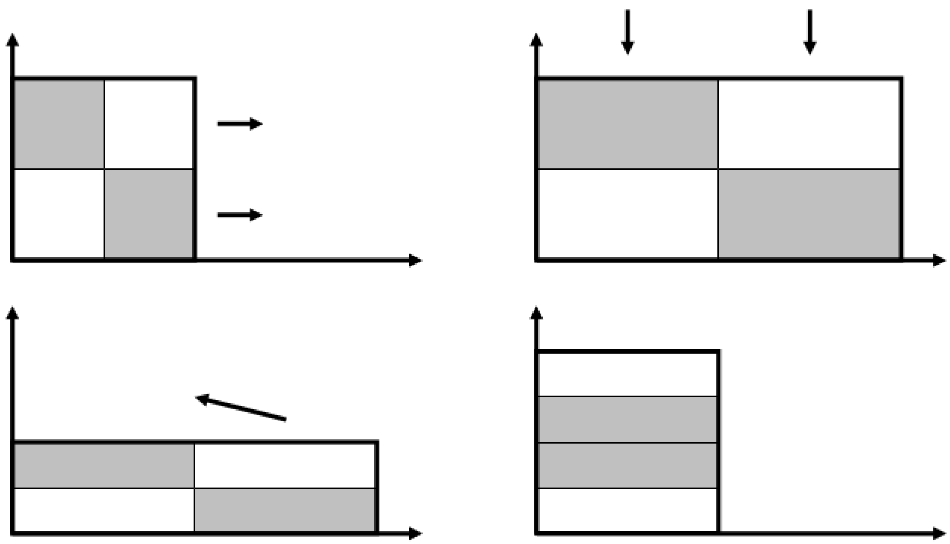
434 Il professor Apotema non perde occasione per stuzzicare i suoi allievi. Prima di uscire per l'intervallo, il professore ha scritto alcuni numeri alla lavagna, preannunciando che al suo ritorno avrebbe presentato un quesito a partire dai numeri scritti. (vedi tabella).

1	0+1
9	8+1
25	24+1
49	48+1
81	80+1
121	120+1
169	158+1

Geny, che di fronte a queste cose non si tira certo indietro, ha notato che nella prima colonna figurano i quadrati dei numeri dispari, mentre in quella di destra gli stessi numeri sono scritti come somma di due addendi, uno dei quali è sempre l'unità. Svelty ha notato che tutti i numeri che nella seconda colonna sono sommati ad 1 sono multipli di 8. E ha capito subito la domanda che Apotema farà al suo ritorno: "Ragazzi, sapreste dimostrarmi, in generale, che il quadrato di un numero dispari è sempre il successivo di un numero multiplo di 8?". Giriamo a voi il quesito.

SOLUZIONI DEI QUESITI DEL N.35

385. Se pensiamo alla trasformazione del fornaio come al prodotto di 4 successive trasformazioni (vedi figura) possiamo ricavare quanto segue.



Il punto di coordinate (x, y) viene prima mandato nel punto $(2x, y)$ e quindi nel punto $(2x, y/2)$, cioè viene prima raddoppiata la sua ascissa e quindi dimezzata la sua ordinata. Infine, solo nel caso in cui si trovi nella metà destra, la sua ascissa viene diminuita di 1 e l'ordinata aumentata di $1/2$.
Dunque, il punto $P(x, y)$ viene trasformato nel punto $P'(x', y')$, dove

$$\begin{cases} x' = \begin{cases} 2x & \text{se } x < 1/2 \\ 2x-1 & \text{se } x > 1/2 \end{cases} \\ y' = \begin{cases} y/2 & \text{se } x < 1/2 \\ (y+1)/2 & \text{se } x > 1/2 \end{cases} \end{cases}$$

Ne segue che $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{5}\right) \to \left(\frac{2}{3},\frac{1}{10}\right) \to \left(\frac{1}{3},\frac{11}{20}\right) \to \left(\frac{2}{3},\frac{11}{40}\right) \to \left(\frac{1}{3},\frac{51}{80}\right)$.

G.G.

*****

386. Dato che la somma è pari, i tre addendi devono essere tutti e tre ari (cosa impossibile, dato che l'unico numero primo pari è 2), oppure uno pari i gli altri due dispari. Evidentemente, è quest'ultimo caso che si verifica. Uno dei tre numeri è evidentemente 2, per cui la somma dei due rimanenti è 34. Conviene a questo punto procedere per enumerazione, e individuare le copie di numeri primi che hanno come somma 34. Si trova facilmente che le possibili terne sono quattro, e precisamente: 2, 3, 31   2, 5, 29   2,11,23   2,17,17   **A.C.**

*****

387. Le tre vasche contengono complessivamente

$$3\times4\times2+2\times5\times3+1\times6\times5=84\,l$$

di acqua. Aggiungendo $67{,}2\,l$ si arriva a un totale di $84+67{,}2=151{,}2\,l$ di acqua. Immaginando avere un'unica vasca con area di base

$$3\times4+2\times5+1\times6=28\,dm^2$$

il livello dell'acqua raggiunge i $151{,}2:28=5{,}4\,dm$.

La vasca A ha allora aumentato il livello di $5{,}4-2=3{,}4\,dm$, che corrisponde a $3\times4\times3{,}4=40{,}8\,l$; la vasca B ha aumentato il livello di $5{,}4-3=2{,}4\,dm$, che corrispondono a $2\times5\times2{,}4=24\,l$; la vasca C ha infine aumentato il livello di $5{,}4-5=0{,}4\,dm$, che corrispondono a $1\times6\times0{,}4=2{,}4\,l$. In effetti $40{,}8+24+2{,}4=67{,}2\,l$.

Volendo usare la tecnica delle equazioni si poteva indicare con x il livello incognito finale di tutte e tre le vasche. Alla vasca A sono stati aggiunti $3\cdot4\cdot(x-2)=12(x-2)$ litri, alla vasca B $2\cdot5\cdot(x-3)=10(x-3)$ litri e, infine, alla vasca C $1\cdot6\cdot(x-5)=6(x-5)$ litri.

Deve essere

$$12(x-2)+10(x-3)+6(x-5)=67{,}2; \qquad 28x-84=67{,}2$$

$$28x=151{,}2; \qquad x=\frac{151{,}2}{28}=5{,}4$$

A questo punto: $12(x-2)=12\cdot(5{,}4-2)=40{,}8$

$10(x-3)=10\cdot(5{,}4-3)=24$; $6(x-5)=6\cdot(5{,}4-5)=2{,}4$.   **G.G.**

388. Occorre anzitutto valutare la massa di metallo prezioso contenuta in un cubo di spigolo 20 metri. Il volume è di 8.000 m^3, pari a $8 \cdot 10^6\ dm^3$. Essendo la massa pari al prodotto del volume per la densità (facilmente reperibile su qualunque testo di fisica) risulta:

$$m = d \cdot V = 19{,}30\,\frac{kg}{dm^3} \cdot 8 \cdot 10^6\,dm^3 = 1{,}544 \cdot 10^8\,kg\,.$$

Stiamo parlando di 154 milioni di *kg*, vale a dire di 154.000 tonnellate!
Dobbiamo adesso convertire il costo dell'oro in dollari per oncia per ottenere euro per kilogrammo.

$$650\,\frac{\$}{oncia} = 650 \cdot 0{,}7713\,\frac{€}{oncia} = 501{,}3\,\frac{€}{oncia} = 16{,}12\,\frac{€}{g} = 16.120\,\frac{€}{kg}$$

A questo punto è sufficiente un prodotto finale:

Valore totale = $1{,}544 \cdot 10^8\,kg \cdot 16.120\,\frac{€}{kg} = 2{,}49 \cdot 10^{12}€$.

Si tratta in definitiva di circa duemilacinquecento miliardi di Euro!
Possiamo notare che questo quesito non era concettualmente molto difficile, ma richiedeva una catena di conversioni ed equivalenze niente affatto banali. **A.C.**

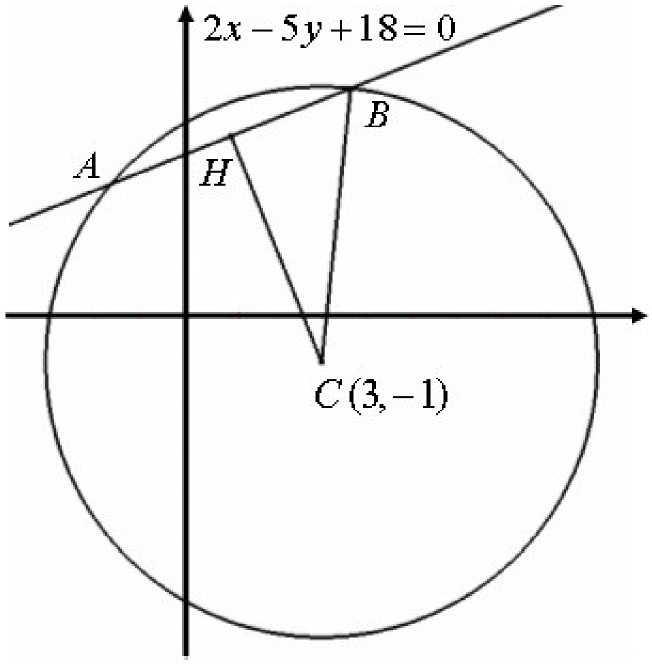
*****

389. Sia *AB* la corda e *H* il piede della perpendicolare dal centro *C* ad *AB*. Essendo *H* il punto medio di *AB*, sarà $\overline{HB} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

Usando la formula per la distanza di un punto da una retta otteniamo poi che $\overline{CH} = \frac{|2 \cdot 3 - 5 \cdot (-1) + 18|}{\sqrt{2^2 + (-5)^2}} = \frac{29}{\sqrt{29}} = \sqrt{29}$.

Applicando poi il Teorema di Pitagora al triangolo rettangolo *CHB* ricaviamo che $\overline{CB}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{HB}^2 = 29 + 9 = 38$.

L'equazione della circonferenza è allora $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 38$. **G.G.**



*****

390. Il povero Homer ha evidentemente fatto male i suoi conti. Proviamo ad aiutarlo a capire dove ha sbagliato. Ogni ora di apertura di entrambi i rubinetti esce una quantità d'acqua pari ad 1/4 del totale, ed entra acqua pari ad 1/5 del totale della piscina stessa. Dunque, ogni ora che passa la vasca perde $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$ del suo contenuto, e si svuota quindi in 20 ore. Da questo momento ovviamente la piscina resta sempre vuota, dato che tutta l'acqua che riceve viene immediatamente fatta uscire, e il nostro Homer la trova desolatamente vuota. **A.C.**

*****

391. Indichiamo con $x+iy$ una radice quadrata di $-34-30i$. Dovrà allora essere $(x+iy)^2=-34-30i$, da cui $x^2-y^2+2ixy=-34-30i$ e quindi

$$\begin{cases} x^2-y^2=-34 \\ 2xy=-30 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x^2-y^2=-34 \\ 2xy=-30 \end{cases} .$$

Elevando al quadrato ambo i membri di entrambe le equazioni otteniamo che $x^4 - 2x^2y^2 + y^4 = 1156$ e $4x^2y^2 = 900$. Sommando a membro a membro le due equazioni così ottenute ricaviamo che $x^4 + 2x^2y^2 + y^4 = 2056$, da cui $(x^2 + y^2)^2 = 2056$ e, infine, $x^2 + y^2 = \sqrt{2056} = 2\sqrt{514}$. Sommando e sottraendo dall'ultima equazione ottenuta la prima equazione del sistema, ricaviamo che $2x^2 = 2\sqrt{514} - 34$ e $2y^2 = 2\sqrt{514} + 34$, da cui $x = \pm\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} - 34}{2}}$ e $y = \pm\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} + 34}{2}}$. Ricordiamo che elevare al quadrato ambo i membri di una equazione non conduce in generale a una equazione equivalente. Se due numeri sono uguali hanno lo stesso quadrato, ma due numeri che hanno lo stesso quadrato possono essere uguali oppure opposti. Dunque, passando dall'equazione $A = B$ all'equazione $A^2 = B^2$, si aggiungono le eventuali soluzioni dell'equazione $A = -B$. Occorre dunque verificare quali tra le soluzioni ottenute sono effettivamente soluzioni dell'equazione di partenza. Nel nostro caso abbiamo apparentemente quattro soluzioni, a seconda delle quattro combinazioni dei segni, ma la condizione $2xy = -30$ e quindi $xy = -15$, lascia aperta solo la possibilità di segni discordi:

$$\begin{cases} x = +\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} - 34}{2}} \\ y = -\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} + 34}{2}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = -\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} - 34}{2}} \\ y = +\sqrt{\dfrac{2\sqrt{514} + 34}{2}} \end{cases}$$

È poi immediato verificare che si tratta per entrambi i casi di soluzioni accettabili.

In conclusione

$$\sqrt{-34 - 30i} = \pm\left[\sqrt{\frac{2\sqrt{514} - 34}{2}} - i\sqrt{\frac{2\sqrt{514} + 34}{2}}\right] \cong \pm(2{,}382 - 6.299i)$$

G.G.

392. La base, essendo un quadrato perfetto compreso fra 160 e 170 non può che essere formato da 169 biglie, vale a dire un quadrato di lato 13. Per calcolare il totale è allora sufficiente sommare i quadrati dei primi 13 interi:

$$1^2 + 2^2 + ...12^2 + 13^2 = \sum_1^{13} n^2 = 819 .$$

Allo stesso risultato si poteva giungere utilizzando una formula relativa alla somma dei quadrati dei primi n numeri naturali.

$S = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Essendo nel nostro caso n =13, il totale vale:

$$S = \frac{13 \cdot 7 \cdot 27}{6} = 819 .$$ **A.C.**

*****

393. Intuitivamente il problema è ben posto. Infatti i due angoli determinano la forma del triangolo e, tra tutti i triangoli aventi quella forma, ne esiste uno solo di fissato perimetro.

Dal teorema dei seni

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

ricaviamo che

$$(*) \qquad \begin{cases} a = 2R\sin\alpha \\ b = 2R\sin\beta \\ c = 2R\sin\gamma \end{cases}$$

da cui $2p = a + b + c = 2R(\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma)$ e quindi

$$2R = \frac{2p}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma} .$$

Poiché $\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$, si ha che

$$(**) \quad \sin\gamma = \sin[180° - (\alpha + b)] = \sin(\alpha + \beta)$$

e quindi

$$(***) \quad 2R = \frac{2p}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha + \beta)} .$$

Sostituendo la (***) nelle (*) e tenendo conto di (**) si ricavano le espressioni per il tre lati in termini di α, β e $2p$:

$$\begin{cases} a = \dfrac{2p\sin\alpha}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)} \\ b = \dfrac{2p\sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)} \\ c = \dfrac{2p\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha + \sin\beta + \sin(\alpha+\beta)} \end{cases}$$

G.G.

*****

394. Diciamolo pure, questo quesito si presentava piuttosto facile. Alla fine degli scambi ognuno dei nipoti si trova con 30 dollari.
Il primo nipote resta con 30 dollari, pari ai 4/5 di ciò che aveva. Ma allora aveva inizialmente i 5/4 di 30 dollari, pari a 37,5 $.
Lo stesso ragionamento si può fare per Qua, che ha ceduto 1/3 di quanto aveva e resta con 30 $. Allora aveva inizialmente i 3/2 di 30 dollari, pari a 45 dollari. Per differenza, abbiamo che Quo aveva all'inizio $90-37{,}5-45=7{,}5$ dollari. **A.C.**

*****

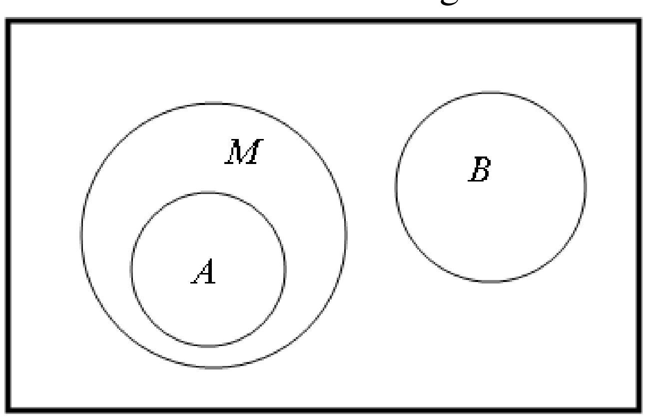
395. Nel linguaggio degli insiemi le premesse

1) nessun *M* è un *B* 2) ogni *A* è un *M*

si traducono rispettivamente nelle condizioni

1) $M \cap B = \varnothing$ 2) $A \subseteq M$.

La conclusione è che $A \cap B = \varnothing$ è cioè che nessun *A* è un *B*, come si vede immediatamente con l'aiuto di un diagramma di Eulero/Venn:



Esprimendo la condizione $A \subseteq M$ come $A \cap M = A$, la conclusione si ottiene (forse un po' forzatamente!) per via algebrica come segue:

$$A \cap B = (A \cap M) \cap B = A \cap (M \cap B) = A \cap \varnothing = \varnothing,$$

dove si è fatto uso della proprietà associativa dell'intersezione. **G.G.**

*****

396. Indichiamo rispettivamente con *p, s, c, h* il numero di quadri conservati rispettivamente a Pechino, Shangai, Canton e Hong Kong. Valgono, sulla base dell'enunciato del problema, le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} p+s+c+h=150 \\ 4p=\dfrac{s}{4}=c+4=h-4 \end{cases}$$

Si tratta di un sistema di primo grado, di quattro equazioni in quattro incognite. Se ricaviamo tutte le variabili in funzione di *p*, otteniamo:

$$\begin{cases} p+s+c+h=150 \\ s=16p \\ c=4p-4 \\ h=4p+4 \end{cases}$$

Sostituendo i valori di *s, c, h* nella prima equazione troviamo immediatamente: $p+16p+4p-4+4p+4=160$, che fornisce il valore $p=6$. Sostituendo il valore trovato nelle ultime tre equazioni, troviamo la soluzione completa del sistema, che riportiamo qui riscrivendo per esteso il nome delle quattro città:

Pechino	6
Shangai	96
Canton	20
Hong Kong	28

A.C.

*****

397. Dobbiamo dimostrare che esiste un numero $T>0$ tale che, per ogni x, si abbia che $f(x+T)=2f(x)$. Poiché $f(x)=ca^x$, dovrà essere $ca^{x+T} = \frac{1}{2} ca^x$, da cui, dividendo ambo i membri per ca^x, si ottiene che $a^T = \frac{1}{2}$ e quindi $T = \log_a \frac{1}{2} = -\frac{\log 2}{\log a} > 0$, essendo $0 < a < 1$ e quindi $\log a < 0$. **G.G.**

*****

398. Come i nostri lettori sanno, la temperatura è una grandezza intensiva come la densità, a differenza ad esempio dalla massa o dall'energia che sono di tipo estensivo. Ciò significa che la temperatura di equilibrio che risulta da masse d'acqua mescolate è data dalla media ponderata delle temperature iniziali. In generale, la formula che esprime questo principio è:

$$t_{eq} = \frac{\sum m_i \cdot t_i}{\sum m_i} = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 + ... + m_n t_n}{m_1 + m_2 + ... + m_n}$$

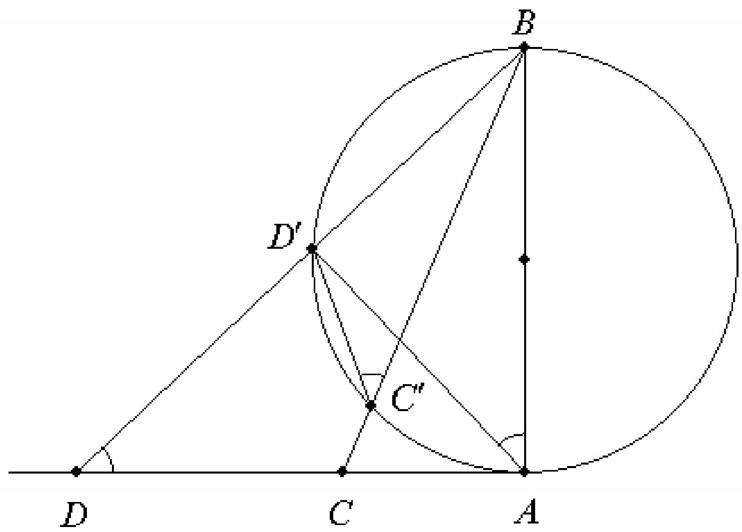
Sostituendo i valori relativi al problema in esame, abbiamo che l'unica incognita è la massa del terzo recipiente, che indicheremo con *x*.

$$33{,}75 = \frac{40 \cdot 70 + 100 \cdot 10 + x \cdot 80}{40 + 100 + x}$$

Risolta, essa fornisce la soluzione $x = 20$. Nel terzo recipiente ci sono quindi 20 litri d'acqua. Si potrebbe notare che nella formula sopra indicata figurano le masse d'acqua e non i loro volumi, mentre nei calcoli abbiamo utilizzato i litri, che esprimono come è noto il volume. Ma in definitiva è la stessa cosa, per motivi che potete spiegarvi anche da soli.

*****

399. I triangoli *BCD* e $BC'D'$ sono simili in quanto hanno due angoli uguali. L'angolo in *B*, che è in comune, e $B\hat{D}C = B\hat{C}'D'$, entrambi uguali a $B\hat{A}D'$. Infatti $BC'D' = BAD'$, perché angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco, mentre $B\hat{D}C = B\hat{A}D'$ perché complementari dell'angolo $A\hat{B}D'$ nei triangoli rettangoli *BAD* e $BD'A$.



G.G.

*****

400. Conviene convertire i numeri da arabi in romani suddividendoli in decine, cercando qualche regolarità.

1-10	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	21
11-20	X I	X II	X III	X IV	X V	X VI	X VII	X VIII	X IX	XX	31
21-30	XX I	XX II	XX III	XX IV	XX V	XX VI	XX VII	XX VIII	XX IX	XXX	41
31-40	XXX I	XXX II	XXX III	XXX IV	XXX V	XXX VI	XXX VII	XXX VIII	XXX IX	XL	49
41-50	XL I	XL II	XL III	XL IV	XL V	XL VI	XL VII	XL VIII	IL	L	37
51-60	L I	L II	L III	L IV	L V	L VI	L VII	L VIII	L IX	LX	31
61-70	LX I	LX II	LX III	LX IV	LX V	LX VI	LX VII	LX VIII	LX IX	LXX	41
71-80	LXX I	LXX II	LXX III	LXX IV	LXX V	LXX VI	LXX VII	LXX VIII	LXX IX	LXXX	51
81-90	LXXX I	LXXX II	LXXX III	LXXX IV	LXXX V	LXXX VI	LXXX VII	LXXX VIII	LXXX IX	XC	58
91-100	XC I	XC II	XC III	XC IV	XC V	XC VI	XC VII	XC VIII	IC	C	37

Che faticaccia! Ci siamo presi anche la libertà, per motivi di leggibilità, di scrivere alcuni numeri romani su due righe. Siamo così arrivati a 100. Sommando le cifre finora utilizzate, siamo a quota 397. Il secondo centinaio, che va da 101 a 200, è formato dai numeri CI, CII, … CIC, CC ed ha evidentemente 100 simboli in più: comprende quindi 497 cifre romane. Il terzo centinaio va da 201 a 300 e comprende i numeri romani CCI, CCII, … CCIC, CCC: ha 100 cifre più del centinaio precedente, per un totale di 597 simboli. Infine il quarto centinaio non ha 697 simboli, come si potrebbe pensare, ma uno di meno. Infatti, esso va da 301 a 400, vale a dire; CCCI, CCCIII, CCCIC, CD. Tutti i numeri hanno una cifra C in più del centinaio precedente, tranne l'ultimo che rappresenta le iniziali di Calanca Daniele e ne ha 2 in meno. Dunque il quarto centinaio ha 695 simboli. Ricapitolando:

centinaio	n. cifre
1-100	397
101-200	497
201-300	597
301-400	695
totale	2186

Ci sono quindi 2186 cifre. Una cosa è certa: fino al quesito 600 (DC) sarà meglio non dedicare altri problemi al nostro ingegnere!
A.C.

*****

CLASSIFICA DI TAPPA

n.	Alunno/a	Classe	Scuola	Quesiti																Totale
				385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	
1	Oliva Enrico	5Ds	L.Sc.MF	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	**47**
2	Stanco Lorenzo	4AI	ITIS LV	3	2	-	3	2	3	3	3	-	3	3	3	-	3	-	-	**31**
3	Marri Laura	II Mat	UniMo	3	3	3	3	3	-	-	3	-	3	3	3	-	-	-	3	**30**
4	Mantovani Serena	4AI	ITIS LV	3	3	-	-	3	3	-	3	-	3	3	3	-	-	1	-	**25**
5	Dapoto Nico	4A	L.Sc.AF	3	-	-	2	3	-	-	3	3	3	-	3	-	3	-	-	**23**
6	Fontana Vittorio	3D	L.Sc.AF	-	-	-	-	2	2	-	-	-	3	3	3	-	-	-	-	**13**
7	Asprea Daniel	5BI	ITIS LV	-	2	-	-	-	2	-	2	-	-	-	2	-	2	-	-	**10**
7	Tarroni Andrea	1F	ITIS LV	-	3	-	-	-	3	-	1	-	3	-	-	-	-	-	-	**10**
9	Provasi Francesco	1F	ITIS LV	-	2	-	-	-	2	-	1	-	3	-	-	-	-	-	-	**8**

ITIS.LV = I.T.I.S. “Leonardo da Vinci” – CARPI
L.Sc.AF = Lic.Sc. “Angelo Formiggini” – SASSUOLO
ISA.AV = I.S.A.”Adolfo Venturi” – MODENA

L.Sc.MF = Lic. Sc. “Manfredo Fanti” – CARPI
L.Sc.AT = Lic. Sc. “Alessandro Tassoni” – MODENA
UniMo = Università di Modena

CLASSIFICA DI TAPPA BIENNIO

n.	Alunno/a	Classe	Scuola	Quesiti 385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	Totale
1	Tarroni Andrea	1F	ITIS LV	-	3	-	-	-	3	-	1	-	3	-	-	-	-	-	-	10
2	Provasi Francesco	1F	ITIS LV	-	2	-	-	-	2	-	1	-	3	-	-	-	-	-	-	8

CLASSIFICA DI TAPPA TRIENNIO

n.	Alunno/a	Classe	Scuola	Quesiti 385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400	Totale
1	Oliva Enrico	5Ds	L.Sc.MF	3	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	3	3	3	3	3	47
2	Stanco Lorenzo	4AI	ITIS LV	3	2	-	3	2	3	3	3	-	3	3	3	-	3	-	-	31
3	Marri Laura	II Mat	UniMo	3	3	3	3	3	-	-	3	-	3	3	3	-	-	-	3	30
4	Mantovani Serena	4AI	ITIS LV	3	3	-	-	3	3	-	3	-	3	3	3	-	-	1	-	25
5	Dapoto Nico	4A	L.Sc.AF	3	-	-	2	3	-	-	3	3	3	-	3	-	3	-	-	23
6	Fontana Vittorio	3D	L.Sc.AF	-	-	-	-	2	2	-	-	-	3	3	3	-	-	-	-	13
7	Asprea Daniel	5BI	ITIS LV	-	2	-	-	-	2	-	2	-	-	-	2	-	2	-	-	10

CLASSIFICA GENERALE BIENNIO				
n.	**Alunno/a**	**Classe**	**Scuola**	**punti**
1	**Tarroni Andrea**	**1F**	**ITIS LV**	**38**
2	Zanfi Gianluca	1G	ITIS.LV	**10**
3	Corradi Luca	1F	ITIS.LV	**8**
3	Provasi Francesco	1F	ITIS LV	**8**

*****

CLASSIFICA GENERALE TRIENNIO				
n.	**Alunno/a**	**Classe**	**Scuola**	**punti**
1	Oliva Enrico	5Ds	L.Sc.MF	**146**
2	Marri Laura	II Mat	UniMo	**105**
3	Dapoto Nico	4A	L.Sc.AF	**96**
4	Stanco Lorenzo	4AI	ITIS.LV	**94**
5	Mantovani Serena	4AI	ITIS.LV	**84**
6	Asprea Daniel	5BI	ITIS.LV	**51**
7	Gibellini Erica	4A	***L.Sc.AF***	**44**
8	Cimaglia Alberto	4G	L.Sc.AT	**42**
9	Baraldi Lorenzo	4C	L.Sc.AT	**40**
10	Barbieri Federico	4G	L.Sc.AT	**39**
10	Tanzi Alberto	4C	L.Sc.AT	**39**
12	Verzani Carlotta	4A	L.Sc.AT	**38**
13	Andreotti Serena	5G	L.Sc.AT	**36**
14	Fontana Vittorio	3D	L.Sc.AF	**35**
15	Stassi Elisabetta	4D	ISA.AV	**18**
16	Righetti Manuel	3BI	ITIS.LV	**17**
17	Candeli Samuele	5D	L.Sc.AF	**14**
18	Pifferi Emiliano	4D	L.Sc.AF	**11**
19	Bellini Michele	5D	L.Sc.AF	**9**
19	Manelli Sara	5D	L.Sc.AF	**9**

Annotazioni:

Annotazioni:

FATAL ERROR

In questa rubrica, nello spirito della nostra rivista, ci confrontiamo con i numerosi maltrattamenti che la matematica, le scienze o più semplicemente il buon senso subiscono da parte di chi avrebbe come scopo quello non solo di informare l'opinione pubblica ma anche di fornire al lettore strumenti di interpretazione della realtà. Talvolta i fatal error vengono segnalati da qualche lettore; più spesso l'ispirazione viene riflettendo su semplici episodi della vita quotidiana; in altri termini, basta poco per accorgersi di qualche fatal error. In questa puntata ci occupiamo di sogni premonitori, un argomenti che si colloca un po' al confine fra psicologia, scienza e… pseudoscienza. Difficile resistere al fascino e al turbamento che un sogno provoca in noi, specialmente quando i fatti sembrano avere uno stretto rapporto con quanto sognato.

*****

Sogni premonitori (prima parte)

Nel XXIII canto dell'*Inferno*, Dante incontra nel cerchio dei traditori una delle figure più drammatiche della Divina Commedia: il Conte Ugolino, accusato di avere tradito la città di Pisa e, per questo, imprigionato nella torre della Muda e lasciato morire di fame insieme a due figli e due nipoti. Il passo che riportiamo si riferisce ad un sogno premonitore che, dopo alcuni mesi di prigionia, avverte Ugolino della prossima terribile fine.

> ...
> *Breve pertugio dentro da la Muda,*
> *la qual per me ha 'l titol de la fame,*
> *e che conviene ancor ch'altrui si chiuda*
> *m'avea mostrato per lo suo forame*
> *più lune già, quand'io feci 'l mal sonno*
> *che del futuro mi squarciò 'l velame*
> …

Potremmo parafrasare i versi con un po' di libertà nel seguente modo: "Una stretta feritoia nella torre della Muda, che a causa mia viene denominata "torre della fame", mi aveva mostrato attraverso la sua apertura più lune piene [cioè erano passati molti mesi dall'inizio della prigionia] quando feci il terribile sogno che mi svelò gli avvenimenti futuri". Nel sogno un lupo con i suoi lupicini vengono inseguiti dagli avversari politici di Ugolino, raggiunti e infine straziati: si tratta per lui di un chiaro sogno premonitore. Nel seguito del canto nuovamente Dante insiste sul carattere divinatorio che Ugolino attribuisce al sogno:

…
Quando fui desto innanzi la dimane,
pianger senti' fra 'l sonno i miei figliuoli
ch'eran con meco, e dimandar del pane.
Ben se' crudel, se tu già non ti duoli
<u>*pensando ciò che 'l mio cor s'annunziava;*</u>
e se non piangi, di che pianger suoli?
Già eran desti, e l'ora s'appressava
che 'l cibo ne solëa essere addotto,
e <u>per suo sogno ciascun dubitava</u>;
e io senti' chiavar l'uscio di sotto
a l'orribile torre; ond'io guardai
nel viso a' mie' figliuoi sanza far motto.
…

Anche senza scomodare l'episodio di Ugolino, che è uno dei più celebri esempi letterari di sogni premonitori, possiamo dire con una certa tranquillità che ognuno di noi ha sperimentato direttamente l'inquietudine che deriva da alcuni sogni legati a desideri, timori, paure o attese. I cosiddetti sogni premonitori hanno affascinato e turbato da sempre l'uomo, e molti altri grandi autori ne hanno fatto un forte elemento narrativo: basti pensare, per fare solo un nome, al ruolo dei sogni premonitori in molte opere commedie e tragedie di Shakespeare.

Come è noto, Sigmund Freud fu uno dei primi studiosi moderni ad occuparsi in modo sistematico dei sogni. Secondo le sue teorie il sogno rappresenta "la strada maestra verso l'inconscio". Tutto ciò che cerchiamo di nascondere a noi stessi durante lo stato di veglia (a causa dell'effetto negativo che produrrebbe su di noi) riemergerebbe durante il sogno poiché i freni inibitori della nostra coscienza sarebbero allentati. Per questo motivo, secondo Freud, i sogni necessitano di una interpretazione per poter scoprire gli aspetti più reconditi del nostro inconscio. E' noto tuttavia che in questo campo si confrontano anche aspramente numerose scuole di pensiero, e sono state formulate numerose interpretazioni alternative. Ad esempio secondo il premio Nobel per la medicina Francis Crick (uno dei due scopritori della struttura del DNA) il sogno sarebbe un modo in cui il cervello smaltisce l'eccesso di informazioni raccolte; esso servirebbe non solo a mettere ordine, ma anche a fare pulizia, eliminando i ricordi più deboli e inutili, mantenendo in efficienza la rete neuronica per il giorno seguente. Secondo tale teoria i sogni sarebbero quindi una sorta di spazzatura che il cervello sta eliminando.

Dal fatto che esistano diverse teorie, spesso contrapposte, il lettore può facilmente capire che dal punto di vista scientifico i sogni rappresentano ancora in buona parte un mistero. Ciò che la scienza può invece dirci con certezza è che sono del tutto prive di fondamento le credenze che attribuiscono ai sogni capacità divinatorie. Sognare un evento e constatare poi il suo verificarsi nella vita reale è sicuramente un'esperienza sconcertante che può essere comprensibilmente scambiata per paranormale. Tuttavia un esame più attento e obiettivo del fenomeno ridimensiona fortemente la straordinarietà del fenomeno. Ma di questo parleremo la prossima volta. **A.C.**

LE LEZIONI DEL PROFESSOR APOTEMA

Personaggio di un racconto di fantascienza della mia infanzia, trasformato da scienziato a bordo di un'astronave diretta verso Marte a insegnante di matematica in un istituto tecnico industriale, il professor Apotema è di nuovo alle prese con Furby, Sekky, Dormy, Geny e tutti gli altri alunni, deciso più che mai a trasformare ogni azione diversiva dei suoi ragazzi in un'inaspettata occasione di approfondimento. Questa rubrica è dedicata a tutti i miei studenti, passati e presenti, che, in oltre un quarto di secolo di insegnamento, diligenti o svogliati, attenti o distratti, studiosi o fannulloni, sono comunque stati e restano la vera fonte di ispirazione per le mie lezioni.

L'ENTROPIA DI INFORMAZIONE
(terza parte)

Apotema non ha fatto in tempo ad entrare nell'aula che già si sente un coro di lamenti: - Non abbiamo capito che cosa dovevamo fare! –
Apotema: - Ok, vieni fuori tu, Svelty! –
Svelty: - Prof, che cosa intendeva con "indovinare il risultato di una serie di estrazioni?" –
Apotema: - Cominciamo col ricordare qual era il problema. Avevamo un urna con tre biglie: una rossa, una verde e una gialla. Si chiedeva qual era il numero medio di domande da fare a un oracolo binario per indovinare il colore di una biglia estratta … -
Furby: - Senza guardare, pero! –
Apotema: - Certo, Furby, senza guardare! –

Svelty: - La strategia migliore possibile mi ha portato a un numero medio di $1.\overline{6}$ domande per una estrazione, mentre col metodo di infittire la tabella delle potenze di 2, avevamo ottenuto il valore di 1.584962 domande per estrazione! –

Apotema: - È stato a questo punto che vi ho suggerito di indovinare non il risultato di una sola estrazione, ma di più estrazioni consecutive! –

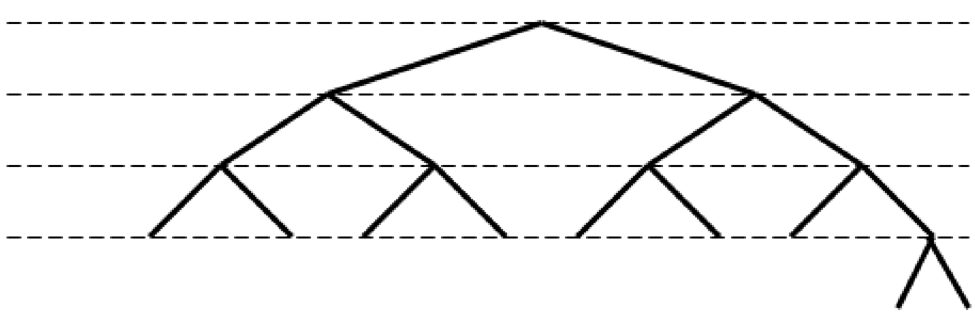
Sekky: - È proprio questo, professore, che non abbiamo capito! –

Apotema: - Mi spiego meglio. Supponiamo di fare non una, ma due estrazioni successive, rimettendo ogni volta la biglia estratta nell'urna e tornando così ogni volta a ripristinare la stessa condizione iniziale. Quanti e quali sono i possibili risultati delle due estrazioni? –

Svelty: - Sono $3 \times 3 = 9$! Per ognuno dei possibili risultati rosso, verde e giallo della prima estrazione, vi sono altrettanti risultati per la seconda estrazione! –

Apotema: - Possiamo indicare allora i 9 risultati con *RR*, *RV*, *RG*, *VR*, *VV*, *VG*, *GR*, *GV*, *GG*. Qual è la migliore strategia di domande per indovinare uno fra 9 risultati equiprobabili? Disegna l'albero relativo alla strategia migliore, Svelty! –

Svelty: - Con tre livelli distinguo solo fra otto possibilità e quindi devo anche questa volta usare un albero non simmetrico, tipo questo (e fa un disegno alla lavagna).



Apotema: - Dunque, in 7 casi su 9 occorrono 3 domande, mentre in 2 casi su 9 ne occorrono ben 4! Qual è allora, Svelty, il numero medio di domande per estrazione? –

Svelty: - Il numero medio di domande per estrazione è dato da

$$\frac{7}{9}\times 3+\frac{2}{9}\times 4=\frac{29}{9},$$

che fa … il 9 nel 29 sta 3 volte col resto di 2, nel 20 sta due volte col resto di 2 … fa $3.\overline{2}$! –

Normy: - Un valore completamente diverso da entrambi i precedenti!–

Scetty: - Un momento! Quello è il numero medio di domande per indovinare il risultato non di una, ma di due estrazioni! –

Svelty: - Già! Bisogna dividere per 2! Allora viene … $1.6\overline{1}$! –

Normy: - Peggio di 1.584962, ma meglio di 1.6666...! -

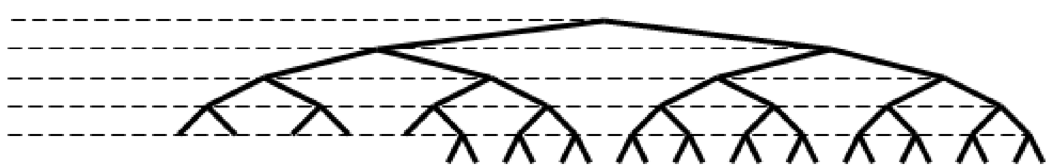
Sekky: - Sì, professore, c'è stato un miglioramento! –

Apotema: - Adesso dovrebbe essere chiaro come procedere … -

Svelty: - Proviamo a indovinare terne di estrazioni! Ci sono $3^3=27$ terne possibili, tutte equiprobabili. Con un albero a 4 livelli si distinguono $2^4=16$ casi, troppo pochi, mentre con 5 livelli se ne distinguono $2^5=32$, troppi! –

Apotema: - E allora? –

Svelty: - Ci vorrà anche questa volta un albero "zoppo"! Con 4 livelli ne mancano $27-16=11$ e quindi per 11 casi si dovrà usare un ulteriore domanda! Adesso faccio il disegno …



Apotema:- Bene! E qual è il numero medio di domande per estrazione? –

Svelty : - In … 5 casi su 27, 4 domande e in 22 casi su 27, 5 domande! Quindi $\frac{5}{27}\times 4+\frac{22}{27}\times 5=\frac{130}{27}$, che, diviso per 3, fa $\frac{130}{81}=1.604938$, che è ancora meglio di 1.611111 … -

Apotema: - Cancella tutto e rifai a mente i calcoli, senza fare riferimento a una figura! –

Svelty: - Allora … Ci sono $3^3=27$ terne, e siccome questo numero è compreso tra $2^4=16$ e $2^5=32$, occorrono tra le 4 e le 5 domande per indovinare la terna di estrazioni. Con 4 domande ne mancano $27-16=11$ e quindi per 11 casi bisogna fare una domanda in più, per un totale di $2\times 11=22$ casi con 5 domande. Restano $27-22=5$ casi con 4 domande. Il numero medio di domande per indovinare tre estrazioni successive è dato allora da $\frac{5}{27}\times 4+\frac{22}{27}\times 5=\frac{130}{27}$ e quindi in numero medio di domande per indovinare una terna è dato da $\frac{1}{3}\times\frac{130}{27}=\frac{130}{81}=1.604938$.

Apotema: - Adesso, senza fare un disegno, calcolami il numero medio di domande per il caso di … vediamo un po' … 5 estrazioni! –

Svelty: - Allora … ci sono 3^5 sequenze di 5 estrazioni ciascuna, per un totale di … 243 sequenze … Siccome 2^7 fa 128 e 2^8 fa 256, ci vorranno dalle 7 alle 8 domande. Con 7 domande mancano $243-128=115$ casi, che si ottengono facendo invece 8 domande. Quindi occorrono 8 domande in $2\times 115=230$ casi e bastano invece 7 domande nei rimanenti $243-230=13$ casi. Il numero medio di domande per 5 estrazioni è dato allora da $\frac{13}{243}\times 7+\frac{230}{243}\times 8=\frac{1931}{243}$, e quindi il numero medio di domande per una estrazione è dato da $\frac{1}{5}\times\frac{1931}{243}=\frac{1931}{1215}=1.589300$! Ci stiamo avvicinando al numero 1.584962! –

Apotema: - Proprio così! Ecco che cosa significa quel numero 1.584962! Rappresenta il numero medio di domande da fare a un oracolo binario per indovinare il colore di una di tre biglie di colore diverso, estratte a caso da un'urna, quando si sfrutta il fatto che le estrazioni vengono ripetute in numero grande a piacere! Siamo riusciti a dare significato al numero 2^x, dove x è un numero qualsiasi, mediante l'infittimento successivo della tabella delle potenze intere di 2. Se $2^x = y$, diciamo che x è il *logaritmo in base* 2 del numero *y*. Il risultato che abbiamo ottenuto è che il numero medio minimo di domande da fare a un oracolo binario per indovinare il colore di una biglia estratta a caso da un'urna contenente *n* biglie di colore diverso è dato da $\log_2 n$. Ritornando alla formulazione originale del problema, possiamo allora affermare che il numero medio minimo di binit per codificare i messaggi di una sorgente che trasmette ogni volta a caso uno fra n messaggi è dato da $\log_2 n$. Per esempio, nel caso della stazione meteorologica *A*, quella con le 4 condizioni equiprobabili, il numero medio minimo di binit è dato da $\log_2 4 = 2$, come avevamo subito trovato! –

Dubby: - E quando le condizioni non sono equiprobabili, come nel caso della stazione meteorologica *B*? –

Apotema: - Nel modello dell'urna si tratta del caso di un'urna che contiene biglie di diverso colore, ma con un numero in generale diverso di biglie per ciascun colore. In questo caso il problema è un po' più difficile ma, con un trucco, possiamo ricondurlo al caso precedente! –

Scetty: - E come, prof? –

Apotema: - Partiamo proprio dal caso concreto dell'urna corrispondente alla stazione *B*. Si tratta di un'urna con 8 biglie, di cui 4 rosse, 2 verdi, una gialla e una blu, ok? –

Rompy: - Non si possono scegliere colori meno banali? –

Apotema: - Supponiamo ora di numerare tutte le biglie e quindi di distinguere tra loro le biglie rosse o le biglie verdi. Chiediamoci allora quel'è il numero medio minimo di domande necessario per indovinare non il colore, ma la singola biglia estratta. Quale sarà la risposta? –

Geny: - È come se avessimo preso le biglie di 8 colori diversi, per esempio 4 rossi diversi per le rosse e due verdi diversi per le verdi! –

Asy: - Per il verde è facile: verde smeraldo e verde oliva! Ma per il rosso … Rosso scarlatto, rosso porpora, rosso carminio … e poi? –

Apotema: - Asy, hai una rara capacità di concentrarti sull'inessenziale! Continua, Geny, e dicci qual è il numero medio minimodi domande da fare all'oracolo per indovinare la singola biglia estratta! –

Geny: - Beh, per quanto visto prima è il logaritmo in base due di 8, che fa 3. Lo si vedeva anche senza conoscere i logaritmi! –

Apotema: - Già, proprio così! Adesso però cerchiamo di arrivare allo stesso risultato per altra via. Immaginiamo di indovinare prima il colore e poi, all'interno del colore, la biglia singola. Dobbiamo quindi prima fare delle domande all'oracolo per indovinare il colore e poi

altre domande per individuare la biglia singola. Qual è il numero medio minimo di domande per indovinare il colore della biglia estratta? Chi me lo sa dire? –
Silenzio …
Geny: - Ma, prof, … è proprio quello che ci eravamo proposti di calcolare! –
Apotema: - Almeno tu te ne sei accorto! Vogliamo proprio conoscere questo numero, che indico con *H*, e che ancora non conosciamo. Dunque, dobbiamo fare, con la strategia migliore possibile, *H* domande per indovinare il colore. Poi, una volta indovinato il colore, dobbiamo indovinare la singola biglia o, se vi pare, la sfumatura di colore … Quante domande occorrono? –
Svelty: - Dipende dal colore! Per il rosso, dove ci sono 4 biglie, occorrono 2 domande! –
Sekky: - Che sarebbe il logaritmo in base 2 di 4! –
Apotema: - Esatto! E per il verde? –
Svelty: - Due biglie … una sola domanda! –
Apotema: - Non ci sono dubbi! Un modo complicato di dirlo è che il logaritmo in base 2 di 2 vale 1! E per il giallo e il blu? –
Fuory: - Una biglia sola … una sola domanda! –
Rozzy: - E dai pure! L'hai fatta fuori anche questa volta! Ti avevano cercato di spiegare già la volta scorsa che se c'è una sola biglia verde, una volta che sai il colore hai già azzeccato la biglia! –
Fuory: - Ma allora … zero domande? –
Apotema: - Certo, non hai bisogno di fare altre domande, una volta azzeccato il colore! E quindi, qual è il numero medio minimo di domande da fare? –
Geny: - Occorrerà fare una media! Occorrono intanto H domande per indovinare il colore e, oltre a queste, in 4 casi su 8 occorrono 2 domande, in 2 su otto una domanda e nei rimanenti 2 casi nessuna domanda! -
Apotema: - Vieni alla lavagna a calcolarlo! –
Geny (gesso alla mano)**: -** Il valore medio è allora dato da:

$$H+\frac{4}{8}\times 2+\frac{2}{8}\times 1+\frac{2}{8}\times 0=H+1+\frac{1}{4}=H+\frac{5}{4}.$$

Apotema: - Ma questo risultato deve coincidere con quello precedente: in tutti e due i casi abbiamo calcolato il numero medio minimo di domande per indovinare la singola biglia estratta! E prima veniva 3. –

Geny: - Allora deve essere $H+\frac{5}{4}=3$, da cui $H=3-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}=1.75$ -

Sekky: - Proprio il numero medio di binit per giorno trovato con la codifica fatta con l'albero di Svelty la lezione scorsa! –

Apotema: - Già, si trattava proprio della migliore codifica possibile! –

Normy: - Si può trovare una formula generale? -

Apotema: - Sì, ed è proprio quello che mi ero proposto di fare fin dall'inizio! Consideriamo un'urna con *n* biglie di *k* colori diversi: n_1 del colore 1, n_2 del colore 2, e così via fino a n_k biglie del colore *k*. Ovviamente dovrà essere $n_1+n_2+...+n_k=n$, cioè il numero totale di biglie è la somma dei numeri di biglie di ciascun colore! –

Asy: - Ma noooo! –

Apotema: - Vorremmo trovare il numero medio minimo *H* di domande da fare a un oracolo binario per indovinare il colore della biglia estratta. E anche questa volta proviamo a calcolare in due modi diversi il numero medio minimo di domande da fare all'oracolo per indovinare non il colore, ma proprio la singola biglia estratta! Tu Geny resta alla lavagna: scriverai per me! Anzi, mi anticiperai! –

Geny: - Posso cominciare? –

Apotema: - Certo! –

Geny: - Se pensiamo di usare sfumature diverse all'interno di ogni colore allora, indovinare la singola biglia estratta equivale a indovinate uno fra *n* colori e richiede quindi un numero minimo medio di $\log_2 n$ domande all'oracolo binario. –

Apotema: - Proprio così! –

Geny: - Un secondo modo di procedere è quello di indovinate prima il colore della biglia estratta, poi la sfumatura, e cioè quale biglia di quel colore. Per indovinare il colore occorrono appunto *H* domande, il numero che vorremmo conoscere! Una volta indovinato il colore occorre indovinare la sfumatura. Essendo, all'interno del colore, equiprobabili le sfumature possiamo utilizzare sempre la formula del logaritmo. Poiché vi sono n_1 biglie del colore 1, occorrono $\log_2 n_1$ domande per individuare la singola biglia di quel colore che è stata estratta, e questo capita in media n_1 volte su *n*. Se invece è stata estratta una biglia del colore 2 allora occorrono in media $\log_2 n_2$ domande per individuare di quale biglia si trattava, e questo accade n_2 volte su n, e così via … Dunque, il numero minimo di domande da fare per individuare la singola biglia estratta vale, in media:

$$H + \frac{n_1}{n}\log_2 n_1 + \frac{n_2}{n}\log_2 n_2 + ... + \frac{n_k}{n}\log_2 n_k .$$

Apotema: - Perfetto! Resta da scrivere l'uguaglianza col numero ottenuto col primo metodo e ricavare quindi H! –

Geny: - Possiamo scrivere che

$$H + \frac{n_1}{n}\log_2 n_1 + \frac{n_2}{n}\log_2 n_2 + ... + \frac{n_k}{n}\log_2 n_k = \log_2 n ,$$

da cui ricaviamo che

$$H = \log_2 n - \left(\frac{n_1}{n}\log_2 n_1 + \frac{n_2}{n}\log_2 n_2 + ... + \frac{n_k}{n}\log_2 n_k \right).$$

Apotema: - Benissimo! Questo numero rappresenta il numero medio minimo di domande da porre a un oracolo binario per indovinare il colore di una biglia estratta a caso da un'urna contenente n biglie di k colori diversi, con n_1 biglie del colore 1, n_2 del colore 2, e così via fino a n_k biglie del colore k. Ma rappresenta anche il numero minimo medio di binit necessari per codificare i messaggi di una sorgente che emette k tipi diversi di messaggi, con probabilità rispettivamente $p_1 = \frac{n_1}{n}$, $p_2 = \frac{n_2}{n}$, … , $p_k = \frac{n_k}{n}$. Vedremo la volta prossima come esprimere H in termini delle probabilità p_1, p_2, … , p_k. Si tratta infatti di una funzione di queste sole probabilità, come già avevamo intuito fin dall'inizio. Questa funzione è appunto l'entropia di informazione della sorgente di messaggi e si misura in bit! –

Normy: - Ecco finalmente il bit! –

Apotema: - La cosa davvero importante da capire è che se una sorgente di messaggi ha un'entropia di H bit, questo significa che la codifica dei suoi messaggi richiede un numero medio minimo di H binit! Normalmente però si userà un numero di binit maggiore di H e quindi un binit trasporterà meno di un bit di informazione! Ma anche di questo parleremo in dettaglio la prossima volta. –

Gioky: - Credo di aver cominciato a capire dove sbagliavo … - **G.G.**

DIETRO LE PAROLE

Nella precedente puntata di questa rubrica è stata introdotta una analisi del termine 'attrito', largamente utilizzato in vari campi della scienza. Riprendiamo lo studio di questo concetto riprendendo la domanda con la quale abbiamo chiuso l'articolo apparso sul numero 36 de **"Il Leonardo"***:"… ricordiamo che l'attrito quasi sempre è un fenomeno parassitario che converte energia pregiata (es. cinetica) in termica. Ma in alcuni casi è estremamente utile. Sapreste fare qualche esempio? Ne riparleremo nella prossima puntata"*

*****

Attrito (seconda parte)

In effetti la conversione di energia meccanica in termica causata dagli attriti corrisponde ad un degrado dell'energia: infatti, come sappiamo dai principi della termodinamica, in tutti i fenomeni che presentano produzione di energia termica o flussi di calore che tendono a ridurre le differenze di temperatura si ha un degrado dell'energia. Questo concetto viene espresso formalmente dalla legge di aumento dell'entropia, dovuta a Clausius. Torneremo prossimamente su questi argomenti sulla nostra rivista.

Tornando alla domanda sopra riportata, un corpo in moto viene rallentato, e talvolta arrestato completamente, dalle forze di attrito dinamico. L'energia termica che viene prodotta non può essere (o almeno non può essere completamente) riconvertita in una forma di energia pregiata, come l'energia meccanica. In questo senso dunque l'attrito si presenta come fenomeno parassitario, tanto è vero che gran parte dell'energia che dobbiamo utilizzare per mettere in moto, e soprattutto per tenere in moto, un corpo serve a vincere gli attriti. Certamente i consumi di carburante di un veicolo (e analogamente il lavoro da compiere per pedalare in bicicletta) sarebbero notevolmente ridotti e gli attriti fossero sensibilmente minori.

Anzi, come sa ogni buon perito meccanico e ogni buon ingegnere meccanico (e ogni buon meccanico) la riduzione degli attriti è uno dei primi obiettivi nella progettazione, costruzione e manutenzione di una macchina.

Tuttavia, come abbiamo detto, per certi versi l'attrito può essere utile. Anzi, indispensabile! Pensiamo ad esempio al problema di fermare un corpo in moto. Azionando i freni, non facciamo altro che aumentare gli attriti per favorire un più rapido rallentamento dei veicolo. Sappiamo anche che spesso è sufficiente smettere di accelerare, o di pedalare, per fermare gradualmente l'auto o la bicicletta: in questo caso ci limitiamo a lasciare agire gli attriti (con l'aria, con il suolo, fra gli ingranaggi) che già agiscono durante il moto. Morale della favola: senza l'attrito non riusciremmo a fermare un veicolo in moto. Potremmo aggiungere, riprendendo quanto detto in questa stessa rubrica a proposito delle parole "inerzia" e "forza", che anche la partenza di un veicolo, le accelerazioni, le variazioni di traiettoria in una curva sarebbero impossibili senza gli attriti. Pensate ad esempio alla difficoltà nel mettere in moto un'auto o nell'affrontare una curva in presenza del fondo ghiacciato che riduce notevolmente gli attriti.

Ma c'è di più. Se consultate l'ottimo libro di Andrea Frova *Perché accade ciò che accade*, che vi abbiamo presentato sul numero 4 de **"Il Leonardo"**, potrete trovare interessanti riflessioni a proposito dell'attrito e del ruolo che esso gioca nei fenomeni naturali. Riportiamo alcune considerazioni di Frova: "L'attrito fra due superfici che scorrono una sull'altra è largamente dovuto, più che alle loro asperità, come apparirebbe logico a prima vista, alle forze di attrazione che si esercitano tra le molecole da una parte e dall'altra, motivo di adesione tra le due superfici. Tali forze si comportano da forze resistenti. Colle e adesivi sono esempi estremi di un attrito tale da impedire del tutto lo scorrimento, a meno che non si applichino forze esterne di grande intensità."

In un altro punto dello stesso libro, Frova fa notare che senza attrito la comunicazione fra gli esseri umani non sarebbe possibile senza l'attrito. In che senso, vi chiederete certamente?

Parliamo ad esempio i suoni. Occorre anzitutto una sorgente di oscillazioni meccaniche, in grado di produrre oscillazioni (la corda di una chitarra o di un violino, le corde vocali del nostro corpo ecc.). Questo però non basta a produrre l'effetto sonoro su un ricevitore (membrana di un microfono o timpano dell'orecchio umano, ad esempio). E' necessario, come è noto, un mezzo meccanico interposto, generalmente l'aria, senza il quale le oscillazioni non potrebbero propagarsi. Ma non basta, e qui entra il discorso sull'attrito. Bisogna che il sistema oscillante (la corda del violino) abbia qualche forma di interazione con il mezzo circostante. In altre parole, nel suo moto non deve essere totalmente libero. Questa resistenza che il mezzo interpone all'oscillazione non è altro che una forma di attrito (in questo caso si parla precisamente di attrito viscoso). La sorgente in seguito a questi attriti perde energia, cedendola al mezzo circostante, il quale a causa dei suoi attriti interni è in grado di trasmetterla a distanza, anche se con fenomeni di smorzamento.

Per fare un esempio facilmente comprensibile, supponiamo che un pendolo oscilli non nell'aria ma nell'acqua, mezzo molto più viscoso e nel quale i fenomeni sopra descritto sono certamente più rilevanti. Il pendolo in questo caso è soggetto a notevoli forze resistenti a causa degli urti con le molecole del fluido. Le sue oscillazioni di conseguenza vanno estinguendosi rapidamente, mentre l'acqua entra in movimento e le onde meccaniche prodotte si propagano dalla sorgente (pendolo) attraverso il mezzo (l'acqua) verso l'esterno, ad esempio verso i bordi del recipiente. Senza questa interazione, che in fondo non è altro che una forma di attrito, non si potrebbe trasferire energia, vale a dire non ci sarebbe propagazione ondosa. Lo stesso fenomeno, ovviamente in forme più sfumate, si ha in presenza di vibrazioni in aria. In conclusione, senza attriti (nelle loro varie forme) non si avrebbe trasmissione né di energia né, di conseguenza, di informazione.

*****

Un classico rompicapo, che certamente molti già conoscono, riguarda una situazione in cui non ci sono attriti: una persona si trova al centro di un lago ghiacciato, perfettamente liscio e quindi del tutto privo di attriti. Come può spostarsi e raggiungere la riva? Lasciamo a voi la risposta. (Suggerimento: per risolvere il quesito non è necessario conoscere il concetto di quantità di moto e i principi ad essa relativi, ma può essere di aiuto…)

*****

Non possiamo concludere queste brevi note senza fare almeno un accenno agli attriti che si manifestano in un fluido. Alludiamo sia agli attriti che incontrano i vari strati di un fluido a scorre gli uni sugli altri sia alle resistenze che incontra un corpo a muoversi all'interno di un fluido.

Si tratta, come è evidente, di un fenomeno con caratteristiche peculiari rispetto all'attrito fra corpi solidi: si parla in questo caso di *viscosità,* o di attrito viscoso. Vale la pena quindi riportare anche questa voce dal dizionario, in quanto anche il termine viscosità ha un certo utilizzo nel linguaggio comune, oltre che in quello scientifico.

VISCOSITÀ [da viscoso], s. f.

1 (lett.) Caratteristica di ciò che è viscoso.

2 (fisica) Attrito tra le diverse molecole dei gas o dei liquidi che ne limita la mobilità e la fluidità. CONTR. Fluidità | Viscosità cinematica, rapporto fra viscosità e densità.

3 (psicol.) Stato caratterizzato da rallentamento dei meccanismi che regolano i processi psichici e intellettuali e da fissità comportamentale.

4 (fig.) Tendenza di un fenomeno, un problema, una situazione a trascinarsi per inerzia. Esempio: la viscosità dell'attuale momento politico.

E' appena il caso di notare, anche in questo come in altri casi, una notevole coerenza fra il significato scientifico di questo termine e i suoi utilizzi in altri ambiti.

Provate a versare un liquido da una bottiglia, e noterete facilmente evidenti differenze fra i loro comportamenti. L'acqua, il vino, l'aceto escono facilmente dal collo della bottiglia, e sembra che non presentino alcuna forma di attrito.

Ripetendo lo stesso esperimento con dell'olio si nota una maggior difficoltà del liquido a scorrere, e i tempi richiesti per svuotare la bottiglia si allungano notevolmente. E' la stessa differenza che abbiamo già notato fra lo scorrimento di due superfici con diverso coefficiente di attrito. Questo attrito interno fra i vari strati di fluido è appunto quello che abbiamo chiamato *viscosità*.

In questi termini si spiegano anche le diverse modalità di caduta di un sasso in aria, in acqua, in olio. In quest'ultimo caso il fenomeno è particolarmente vistoso a causa della viscosità molto elevata del mezzo, e non è difficile osservare che il moto, dopo una prima fase di (moderata) accelerazione assume tutti i caratteri del moto uniforme. Torneremo in un'altra occasione su uno studio più formalizzato delle leggi che descrivono la caduta dei corpi in un mezzo viscoso. Qui ci interessa concentrare l'attenzione sui meccanismi microscopici che stanno alla base di questi fenomeni.

L'attrito non è dovuto, in questo caso, alle iterazioni elettriche tra le molecole delle due superfici (come accade invece nel caso dell'attrito radente fra solidi). E' dovuto invece alle forze impulsive (molto rapide e molto intense) che si manifestano nell'urto fra la superficie del sasso in caduta nell'olio e le molecole del fluido stesso in rapido movimento.

Dunque l'olio presenta una maggiore viscosità rispetto all'acqua. Non è difficile comprendere che tutti i fluidi presentano una propria viscosità, dipendente dalle caratteristiche delle sue molecole. Talvolta, erroneamente, si dice che l'olio è più denso dell'acqua. Se rileggete l'articolo *densità* di questa rubrica vedrete che è vero esattamente il contrario. In termini scientifici si dovrebbe dire che l'olio è più viscoso (e non più denso) dell'acqua.

E' appena il caso di osservare che le forze d'attrito dovute alla viscosità dipendono da un numero molto grande di parametri: la natura del mezzo fluido, il tipo di superficie del corpo solido in moto, la forma stessa del corpo in moto, la sua velocità. Gli appassionati di automobilismo, motociclismo e aeronautica sanno benissimo che il coefficiente CX di un veicolo (coefficiente di resistenza aerodinamica) esprime è legato appunto alla forma del veicolo. Spetta ai progettisti studiare la forma del veicolo in modo da rendere minimo tale parametro.

Per concludere, osserviamo che come tutti i fluidi anche l'aria, per quanto ridotta, presenta una propria viscosità. L'attrito prodotto dalla viscosità dell'aria è una delle maggiori componenti delle complessive forze d'attrito che frenano un veicolo o un corpo in moto, e che dobbiamo cercare di rendere minime.

Con un'importante eccezione… **A.C.**

RENDEZ - VOUS

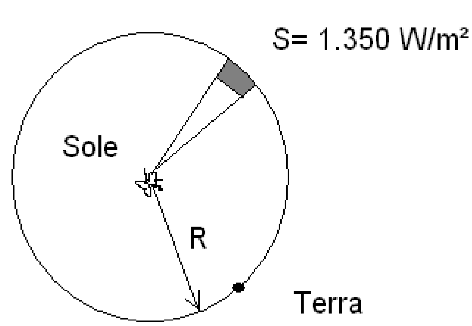
Diceva Immanuel Kant: "due cose non cesseranno mai di stupirmi: il cielo stellato sopra di noi e la legge morale dentro di noi"; non potendo dire molto sulla seconda, cercheremo di indagare sulla prima, proseguendo l'incontro ravvicinato con gli oggetti celesti iniziato nei numeri precedenti del "Leonardo"; lo studio delle loro caratteristiche può essere fatto utilizzando semplici leggi matematiche che ci permetteranno di stimare la temperatura, interna e superficiale, delle stelle, la loro massa, la loro luminosità e anche la loro durata.

Oltre a comprendere come nascono, vivono e muoiono le stelle, l'Astrofisica ci farà capire anche come è stata possibile l'evoluzione della vita sulla Terra.

*****

Soluzione degli esercizi proposti nel n. 35

a) L'energia emessa dal Sole si distribuisce su di una superficie sferica ogni m^2 della quale, alla distanza *R* di $1U.A.$ (circa 150 milioni di *km*) riceve $1.350W$ (la costante solare *S*); quindi:



$$L_{\odot} = S \cdot 4\pi R^2 = 1.350 \times 4\pi \times 1{,}5^2 \times 10^{22} = 3{,}8 \times 10^{26}\, W$$

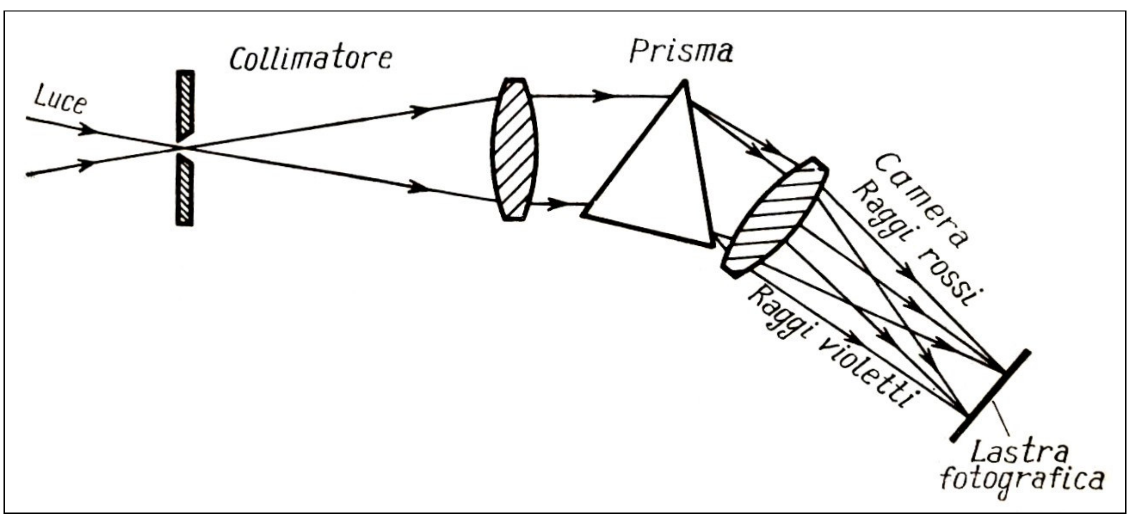
b) se ricaviamo la costante σ dalla legge di Stefan- Boltzmann, otteniamo:

$\sigma = E / T^4$; quindi le dimensioni di σ saranno:

$$[\sigma] = [W / m^2 / K^4]$$

Spettroscopia

Come è noto, un prisma può scomporre la luce solare in vari colori; lo stesso fanno le gocce di pioggia dando luogo all'arcobaleno. In Fisca questo fenomeno si chiama *dispersione*. Se invece della luce solare proviamo a scomporre la luce di una lampada a gas, vediamo che sono presenti solo alcuni colori, diversi per i vari elementi che riempiono le lampade. Questa successione discontinua di colori viene chiamata *spettro*, ed è caratteristica dei gas rarefatti portati ad elevate temperature; nella figura è mostrato uno *spettroscopio*, lo strumento che permette di analizzare lo spettro delle sorgenti luminose.



La spettroscopia è lo studio, iniziato verso la metà del XIX secolo, delle radiazioni emesse dai vari elementi; comunemente si parla di *spettro a righe*, in quanto una fenditura di forma rettangolare viene interposta fra la sorgente e il prisma per collimare il fascio di luce.

Inizialmente le righe spettrali osservate erano alquanto misteriose e sollevarono numerosi interrogativi: perché un dato elemento gassoso poteva emettere solo certi colori? Perché alcuni erano più intensi degli altri? Perché lo stesso elemento in forma liquida o solida emetteva uno spettro continuo? Cosa erano le righe scure che in alcuni casi si osservavano in uno spettro continuo?

La risposta a queste domande si è avuta solo agli inizi del XX secolo, quando si è scoperto che le righe spettrali erano da collegarsi alla struttura atomica degli elementi e sono la manifestazione macroscopica di quel fenomeno che ha rivoluzionato la fisica e che va sotto il nome di *quantizzazione.*

Come scoprirete quando affronterete gli studi di Chimica, gli atomi non si possono trovare in qualsiasi stato energetico, ma distribuiscono i loro elettroni in stati energetici ben precisi, caratteristici di ogni specie atomica; si dice che i livelli energetici sono *quantizzati* (o discreti). L'interazione fra la radiazione e la materia si concretizza nell'*assorbimento* e nella *emissione*. La prima consiste nell'assorbimento di energia da parte degli atomi che si portano in stati eccitati, assorbendo una determinata quantità di energia; appena possibile l'atomo cerca di sistemare i suoi elettroni che tendono a ritornare nei livelli energetici più bassi. E' in questa emissione che si osservano gli spettri, che rappresentano la carta di identità dell'elemento.

Nei solidi e nei liquidi gli stati energetici sono molti e fitti, in modo che lo spettro appare continuo; in realtà si tratta di righe talmente numerose e vicine da non essere distinte.

Confrontando gli spettri ottenuti in laboratorio con quelli provenienti dalle stelle, si è scoperto che sono gli stessi; nelle stelle ci sono, in quantità diverse, gli stessi elementi chimici che ci sono sulla Terra. Ciò conferma che le leggi fisiche sono le stesse in tutto l'universo e si può quindi aprire il capitolo dell'Astrofisica.

Noi sappiamo che l'idrogeno è l'elemento più abbondante nelle stelle; quindi le righe dell'idrogeno dovrebbero essere le più intense negli spettri stellari. Di fatto, tuttavia, non è così. Le righe dell'idrogeno si sono rivelate effettivamente come le più intense nelle stelle con temperatura superficiale intorno ai 10.000 Kelvin, ma nello spettro delle stelle rosse (con temperatura superficiale di 4.000 Kelvin) o nelle stelle blu molto calde, con una temperatura superficiale superiore ai 15.000 Kelvin, le righe dell'idrogeno quasi non si osservano. La spiegazione è la seguente: nelle atmosfere delle stele fredde, l'energia delle particelle di radiazione (i *fotoni*) non è alta ed è insufficiente a portare gli elettroni da un orbita all'altra; d'altra parte, nelle stelle molto calde la radiazione è così energetica che strappa gli elettroni dall'atomo, ionizzandolo. In entrambi i casi l'atomo di idrogeno non può né emettere né assorbire energia.

E' stato possibile così mettere in relazione gli spettri degli elementi con la temperatura superficiale delle stelle, e stabilire la seguente classificazione spettrale:

O	B	A	F	G	K	M	Tipo
>25	11 - 25	7,5 - 11	6 – 7,5	5 - 6	3,5 – 5	2,2 – 3,5	10^3 Kelvin

Ogni classe è poi suddivisa ulteriormente in 10 parti, per avere una classificazione più fine; il nostro Sole risulta essere di tipo G2. Ciò significa che nella superficie del Sole sono presenti le righe del calcio ionizzato e cominciano a vedersi le righe di alcuni metalli.

L'origine dell'energia delle stelle

I dati geologici sulla composizione delle rocce antiche permettono di stimare, per il sistema solare, una età di circa 4,5 miliardi di anni; nasce allora la domanda: *quale può essere la fonte che produce una energia tale da far sì che il Sole emetta una potenza pari a L☼ da qualche miliardo di anni?*

La prima ipotesi, che può essere sottoposta a verifica, è che all'origine dell'energia solare vi sia un qualche tipo di combustione: ammettiamo ad esempio che il Sole sia costituito di Ossigeno e Carbonio. Poiché il potere calorifico di quest'ultimo è $8.000\,kcal/kg$, avremo: $8.000 \times 4.186 \times 2 \times 10^{30} = 65 \times 10^{36}\,Joule$, essendo 2×10^{30} la massa del Sole espressa in *kg* (ricavabile dalla legge di gravitazione universale di Newton).

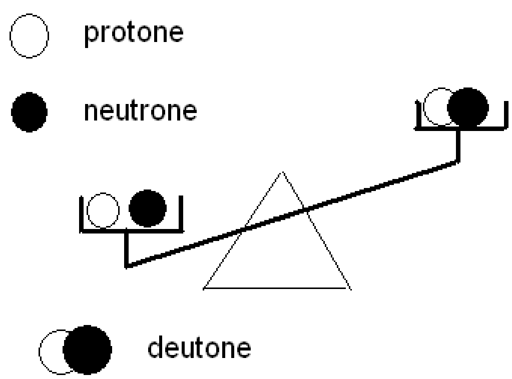
Poiché l'emissione di energia è $3{,}8\times10^{26}\,J/\sec$, la combustione completa potrà durare solo per un tempo $t = 65\times10^{36}/3{,}8\times10^{26}\,sec = 5.000\ anni$! A parte questi calcoli, ci sono considerazioni teoriche che vietano la possibilità della produzione dell'energia solare per via chimica: *alle temperature esistenti all'interno delle stelle (oltre i 10 milioni di gradi), tutte le molecole sono dissociate*.

Nel 1861 Lord Kelvin valutò l'emissione di energia da parte di una stella per effetto della sua contrazione gravitazionale; il ragionamento era il seguente: il contenuto totale di energia potenziale del Sole nel proprio campo gravitazionale è $Eg = 3/5\ GM_{\odot}^{2}/R_{\odot}$ ($R_{\odot}$ è il raggio del Sole e G è la costante di gravitazione universale); quando una stella si contrae, metà di questa energia viene spesa per riscaldare la stella e metà viene irradiata nello spazio. Il tempo di contrazione della stella è quindi: $Eg/2L_{\odot}$, che nel caso del Sole è circa 16 milioni di anni. Ancora troppo pochi!

L'ipotesi dell'origine nucleare dell'energia solare

Che soltanto le sorgenti termonucleari di energia fossero in grado di assicurare la luminosità delle stelle durante tutta la loro lunga evoluzione, era già chiaro a *Sir Arthur Eddington* negli anni trenta del secolo scorso, ma il livello della Fisica di quel tempo non permetteva di individuare concretamente quali fossero le reazioni nucleari che hanno luogo nelle stelle; occorreva aspettare il 1932, anno della scoperta del neutrone da parte di *James Chadwick* e il 1939, anno in cui *Hans Bethe* indicò il modo in cui nuclei leggeri potevano unirsi per formare nuclei più pesanti in reazioni nucleari esoenergetiche (*fusione nucleare*).

L'idea centrale di questo processo, visualizzata nel disegno, consiste nel fatto che quando due nuclei leggeri si uniscono per formare un nucleo più pesante, la massa di quest'ultimo è inferiore alla somma delle masse parziali; questa differenza, che viene chiamata *difetto di massa* (Δm), rappresenta l'energia di legame delle particelle e si calcola utilizzando la nota relazione di *Albert Einstein* $E = \Delta m \; c^2$, essendo $c = 3 \times 10^8 \; m/s$ la velocità della luce nel vuoto.



Il *Joule* è una unità di misura troppo grande per le energie in gioco nei nuclei atomici; si introduce allora l'*elettronvolt* (*eV*), che è l'energia posseduta da un elettrone sottoposto alla differenza di potenziale di 1 Volt. *1 MeV* corrisponde ad un milione di eV e *1 GeV* a un miliardo di *eV*.

Come esercizio potete rispondere ai seguenti quesiti:

1) trovare il fattore di conversione fra Joule ed *eV*
2) quanta energia si svilupperebbe dalla trasformazione completa in energia della massa di 1 grammo?

G.G.C.

*****

RECENSIONI

Daniel Kehlmann, LA MISURA DEL MONDO, Feltrinelli, 2006

Titolo originale: Die Vermessung der Welt

*****

Due grandi personalità della scienza tedesca, Karl Friedrich Gauss (1777-1855) e Alexander von Humboldt (1769-1859) sono i protagonisti di quest'opera narrativa, in cui incontriamo persone, città, ambienti culturali, interi continenti in una fase cruciale per lo sviluppo della scienza. Non è solo il ritratto di due personalità, ma di un'epoca irripetibile, nella quale vengono poste le basi per lo sviluppo moderno della matematica, della fisica, delle scienze naturali e della geologia moderne Nel racconto ci imbattiamo, direttamente, indirettamente o per associazione di idee, in alcune vecchie conoscenze dei nostri lettori: Delambre e Méchain, misuratori del meridiano terrestre, di cui abbiamo già parlato in questa rubrica a proposito dei libri "Il meridiano" di Denis Guedj e "La misura di tutte le cose" di Ken Alder. Il lettore che deciderà di affrontare la affascinante lettura di questo libro si imbatterà anche nell'introduzione del cronometro di precisione, indispensabile per la determinazione della longitudine, di cui abbiamo già parlato a proposito del bel libro di Dava Sobel "Longitudine".

*****

Chi sono i due protagonisti del racconto? Due parole di presentazione forse sono opportune.

Alexander von Humboldt è una straordinaria figura di scienziato poliedrico, con una attrazione irresistibile per l'indagine, l'esplorazione, lo studio della natura. A soli 23 anni divenne direttore delle miniere della Prussia; in questa attività si distinse non solo per le competenze tecniche e scientifiche ma anche per la sensibilità sulle questioni della salute e della sicurezza dei minatori. A partire dal 1799 assieme al botanico francese Bonpland organizzò una spedizione scientifica in America meridionale e centrale, che costituisce una parte

rilevante del racconto di Kehlmann. Da questo viaggio riportò in Europa un impressionante campionario di migliaia di piante prima d'allora sconosciuta ai botanici del nostro continente. A lui risale l'introduzione del sistema delle isobare e delle isoterme ancora oggi utilizzato per rappresentare graficamente i dati climatologici. Si può dire che, esattamente come il viaggio di Cristoforo Colombo ha rappresentato la "scoperta geografica" dell'America da parte degli europei, la spedizione di Humboldt ha costituito la "scoperta scientifica" di quel continente, e ha anticipato per molti verso modalità e risultati del celebre viaggio di Charles Darwin a bordo del brigantino "Beagle". Unanime è il riconoscimento delle sua eccezionale capacità di vedere in modo complessivo ciò che in precedenza costituiva solo un agglomerato di fatti parziali, individuando fondamentali unità nelle leggi della natura. Fu anche infaticabile organizzatore di congressi e convegni scientifici, ad uno dei quali prese parte anche l'altro eroe della nostra storia, vale a dire Gauss.

Il quale Gauss è una figura notissima di matematico (e non solo) del quale riesce difficile condensare in poche righe la biografia. Rischiando di trascurare certamente molti contributi importanti, possiamo qui ricordare la sua teoria dei numeri, esposta nell'opera giovanile *Disquisitiones Arithmeticae*, il calcolo dell'orbita di Cerere, appena scoperta da Piazzi, la teoria sulla distribuzione degli errori casuali, espressa dalla celebre funzione a campana nota come gaussiana. E io la formulazione di una geometria on euclidea, uno studio organico sui numeri complessi e, non ultimi, gli studi di elettromagnetismo che hanno anticipato sotto molti versi le celebri equazioni di Maxwell. Ce n'è abbastanza insomma per giustificare il titolo di "principe dei matematici" che molti storici della scienza gli attribuiscono.

Kehlmann segue, con una originale alternanza fra i capitoli pari e quelli dispari, le vicende umane e scientifiche dei due protagonisti, senza farli mai incontrare direttamente per lunghi anni, mostrando tuttavia come il lavoro dell'uno incidesse, grazie ad articoli e comunicazioni scientifiche, sul lavoro dell'altro.

Gauss, figlio di un umile giardiniere, mette ben presto in mostra le sue straordinarie capacità e la sua fama, specialmente dopo la determinazione dell'orbita di Cerere, crebbe al punto tale che, secondo una leggenda da lui stesso alimentata, Napoleone – a differenza di altre città -- aveva rinunciato a bombardare Gottinga per rispetto a lui. Sia vero o no, sta di fatto che ad un certo punto Gauss si dovette adattare, per mantenere la propria famiglia, a lavorare come agrimensore, ripetendo in forma più modesta e certamente meno avventurosa quelle misurazioni che nel frattempo Humboldt portava avanti in Sud America, ponendo le basi scientifiche dei moderni studi di geografia e geofisica.

Con l'aiuto di Bonpland, il vulcanico (è il caso di dirlo) barone Humboldt esplora il corso del fiume Orinoco fra massacranti trasferte, pericoli continui, e soprattutto assalti di zanzare ad ogni ora del giorno e della notte. Non contento, scala con le attrezzature dell'epoca la cima andina del monte Chimborazo, del quale torneremo a parlare su uno dei prossimi numeri de "**Il Leonardo**". In ogni luogo visitato Humboldt è preso d una febbrile attività: ovunque e in ogni condizione climatica deve continuamente misurare, catalogare, raccogliere campioni, accumulare dati di tipo meteorologico, geodetico, astronomico, geologico, sempre alla ricerca – ed è questo che distingue lo scienziato dal collezionista di dati – di legami tra i fenomeni. La sua preoccupazione principale, anche nei momenti di maggior pericolo, è di non perdere i preziosi dati che via via raccoglie. Ed è per questo che invia periodicamente al fratello rimasto in Prussia relazioni e articoli; è proprio da queste note che il più sedentario Gauss viene a conoscenza delle sue rilevazioni. Inutile dire che più volte i nostri scienziati esploratori vengono scambiati per stregoni e malfattori, rischiando la vita a causa dell'ostilità delle popolazioni, esattamente come era accaduto alcuni anni prima a Delambre e Méchain.

Dopo il suo ritorno in Europa, Humboldt scrive numerose opere specialistiche e divulgative sul suo viaggio e finalmente nel 1828 si incontra finalmente ad un congresso scientifico con Gauss, assorbito negli ultimi anni della sua vita dall'elettromagnetismo e dalle geometrie non euclidee.

*****

Libro di gradevole lettura, da leggere più che da raccontare, presenta anche una rassegna di personaggi storici che i nostri eroi via via incontrano (fra gli altri Geothe, Kant, Jefferson, Bessel, Bolivar, Puskin), con dialoghi serrati ed essenziali.

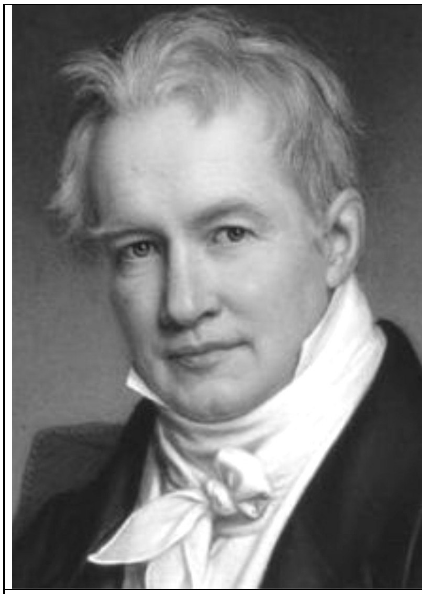
Risalta la differenza fra il frenetico Humboldt e il più pigro Gauss, accomunati dall'autore nella ammirazione verso chi ha fatto della conoscenza un obiettivo in grado di riempire una vita.

*****

Lasciamo parlare l'autore con qualche citazione presa qua e là dal libro.

Comincia con queste parole (pag. 7): "Nel settembre 1828 il professor Gauss, il più illustre matematico del paese, lasciò per la prima volta la città natale per partecipare al Congresso degli scienziati tedeschi a Berlino. Ovviamente non aveva nessuna voglia di andarci. Per mesi aveva rifiutato, ma Alexander von Humboldt si era intestardito e Gauss aveva accettato in un momento di debolezza e nella speranza che quel giorno non arrivasse mai…"

Humboldt assiste a Parigi alle ultime fasi della misurazione del meridiano terrestre (pag. 34): "Humboldt era lì quando, sotto una pioggerellina che cadeva su un logoro prato alle porte della città, misurarono l'ultimo tratto del meridiano che collegava Parigi al Polo. Quando terminarono, tutti si tolsero il cappello e si diedero la mano: un decimilionesimo del percorso, incastonato nel metallo, sarebbe diventato l'unità di tutte le successive misurazioni delle lunghezze. Lo volevano chiamare 'metro'".



A. von Humboldt	**K.F. Gauss**

Humboldt esprime così la sua fede un po' ingenua ma sincera nel progresso scientifico (pag. 201): "La comprensione del cosmo aveva fatto grandi progressi. Con il cannocchiale si poteva studiare l'universo, conoscere la formazione della Terra, il suo peso e la sua orbita, si poteva determinare la velocità della luce, individuare le correnti del mare e le condizioni della vita, e presto sarebbe stato risolto l'ultimo mistero: la forza dei magneti. La fine del cammino era in vista, la misura del mondo quasi trovata. Il cosmo sarebbe stato compreso, tutte le difficoltà che l'uomo aveva incontrato all'inizio, così come la paura, la guerra e lo sfruttamento, sarebbero sprofondate nel passato. La scienza avrebbe dato inizio a un'era di benessere , e chissà se un giorno non sarebbe stata in grado perfino di risolvere il problema della morte."

Bellissimo poi l'episodio in cui Humboldt, alle falde del Chimborazo, alla frenetica ricerca di prove a favore delle sue teorie geologiche, spera con ansia di poter assistere ad un'eruzione: "Humboldt auscultava il terreno con un imbuto d'ottone. Humboldt esclamò di aver sentito un rimbombo. Movimenti della crosta terrestre! *Con un po' di fortuna* avrebbero potuto sperare di assistere in un'eruzione". **A.C.**

ANNUNCI

Si sta ormai completando il quadro dei risultati dei vari tornei proposti ai nostri allievi (ma non solo) dall'ITI "Leonardo da Vinci" e dalla nostra rivista. In questo numero diamo i risultati di alcune delle gare che ci hanno visti particolarmente impegnati nei mesi di marzo e aprile, riservando ai prossimi numeri le notizie relative alle gare della parte finale dell'anno. Raccomandiamo nuovamente i nostri lettori interessati a seguire gli aggiornamenti e le informazioni in tempo reale sul nostro sito (a cura del professor Daniele Calanca), oltre che sugli annunci esposti nella bacheca de **"Il Leonardo"**.

*****

Campionati Internazionali di Giochi matematici

Il Centro Eleusi dell'Università Bocconi di Milano ha comunicato in data 17 aprile, dopo una verifica sui punteggi dei concorrenti, l'elenco ufficiale degli ammessi alla finale di Milano per tutte le categorie, relativamente alla semifinale che si è svolta sabato 24 marzo a Carpi, organizzata dall'ITI "Leonardo da Vinci" e dalla rivista **"Il Leonardo".**

Alla gara della nostra città, che si è svolta con il patrocinio del Comune di Carpi, erano iscritti **220 concorrenti**, con un significativo aumento rispetto agli anni scorsi, provenienti dalla provincia di Modena, suddivisi in cinque categorie, della prima media all'Università e oltre.

Le classifiche generali, che tengono conto del numero di esercizi svolti, del punteggio e del tempo impiegato, sono pubblicate sul sito dell'ITI Vinci.

Durante una cerimonia di premiazione, che si è svolta il pomeriggio stesso della gara presso la Sala congressi di Via Peruzzi, sono stati consegnati premi offerti dalla Fondazione Cassa di Risparmio di Carpi, dalla CMB, da Abitcoop e da Assicoop-UNIPOL. Sono intervenuti l'assessore alle Politiche scolastiche Maria Cleofe

Filippi, l'assessore alle Politiche culturali Alberto Bellelli e Aldino Ferrari a nome della Abitcoop.

Di seguito vengono riportati i nomi dei vincitori della selezione per tutte le categorie C1-C2-L1-L2-GP, che parteciperanno alla finale nazionale di Milano prevista per il prossimo 26 maggio.

Si ringraziano tutti gli insegnanti che con la loro preziosa opera di assistenza e correzione hanno contribuito alla realizzazione e al successo dell'iniziativa, la rivista di giochi matematici **"Il Leonardo",** l'ITI Vinci che ha messo a disposizione locali e personale della scuola, e soprattutto i concorrenti per la loro partecipazione e il loro entusiasmo.

Categoria C1 (prima e seconda media)

1	Setti	Mattia	SMS MONTANARI	MIRANDOLA (MO)
2	Zecchini	Luca	Istituto Comprensivo	Lama Mocogno (MO)
3	Schieri	Mattia	S.M. F. Bursi	Fiorano (MO)
4	Tollari	Ilaria	Istituto Comprensivo	Lama Mocogno (MO)
5	Pogliaghi	Fabio	I.C. G. Leopardi	Castelnuovo Rangone (MO)
6	Cavicchioli	Paolo	I.C. G. Leopardi	Castelnuovo Rangone (MO)
7	Bettini	Marco	S.M. Lanfranco	Modena

Categoria C2 (terza media e prima superiore)

1	Ricci	Eleonora	LICEO CL. MURATORI	CASTELFRANCO E.
2	Sabadini	Sebastiano	L. S. Fanti	Limidi (MO)
3	Levoni	Luca	I.C. G. Leopardi	Castelnuovo Rang.
4	Bassoli	Stefano	I.. COMPR. Carpi centro	CARPI (MO)
5	Somenzi	Marco	I.C. Carpi Zona Nord	Carpi (MO)
6	Tarroni	Andrea	ITI "Leonardo da Vinci"	Carpi (MO)

Categoria L1 (seconda, terza, quarta superiore)

1	Racco	Davide	LICEO SC. TASSONI	MODENA
2	Cornia	Valeria	LICEO CORSO	CORREGGIO (RE)
3	Guaraldi	Luca	I.S.S. Galilei Mirandola	Mirandola (MO)
4	Perotti	Chiara	I.S.S. Galilei Mirandola	Mirandola (MO)

Categoria L2 (quinto anno superiori e biennio università)

1	**Tonelli**	**Simone**	LICEO SC. TASSONI	MODENA
2	**Gazzotti**	**Alberto**	LICEO SC. TASSONI	MODENA

Categoria GP (grande pubblico)

1	**Mazzuoccolo**	**Giuseppe**	Università Modena	MODENA
2	**Goldoni**	**Giorgio**	ITI Vinci -- Carpi	ROLO (RE)
3	**Frassoldati**	**Giacomo**	Università Bicocca	Milano
4	**Benassi**	**Carlo**	Università Modena	Modena

Kangourou

E' sensibilmente aumentato rispetto allo scorso anno il numero di concorrenti che hanno partecipato al torneo Kangourou. Nei prossimi numeri daremo alcuni esempi di quesiti. I nostri concorrenti meglio classificati sono:

- Giovanni Bergianti di 1A per la categoria Cadet (468° a livello nazionale su circa 9000 concorrenti)
- Andrea Ascari di 3AM per la categoria Junior (675° a livello nazionale su circa 3700 concorrenti)
- Daniele Pinazzi di 5AI per la categoria Student (362° a livello nazionale su circa 2400 concorrenti)

Vogliamo sottolineare anche l'ottimo piazzamenti degli allievi:

- Andrea Costa – 1F
- Andrea Tarroni – 1F
- Piergiuseppe Cosentino – 2B
- Matia Florini – 3AE
- Andrea Giglioli – 5BI
- Nicolas Stermieri – 4AM

Congratulazioni ai nostri concorrenti e appuntamento all'edizione Kangourou 2008.

Il responsabile di Istituto (prof. A. Cornia)

FRASI CELEBRI

"La differenza fra noi e gli allievi affidati alle nostre cure sta solo in ciò, che noi abbiamo percorso un più lungo tratto della parabola della vita. Se gli allievi non capiscono, il torto è dell'insegnante che non sa spiegare. Né vale addossare la responsabilità alle scuole inferiori. Dobbiamo prendere gli allievi come sono, e richiamare ciò che essi hanno dimenticato, o studiato sotto altra nomenclatura. Se l'insegnante tormenta i suoi alunni, e invece di cattivarsi il loro amore, eccita odio contro sé e la scienza che insegna, non solo il suo insegnamento sarà negativo, ma il dover convivere con tanti piccoli nemici sarà per lui un continuo tormento"

Giuseppe Peano (1858 – 1932)

(Peano è stato il fondatore della logica simbolica e i suoi interessi hanno riguardato principalmente i fondamenti della matematica.)

*****

"In cosa consiste una definizione soddisfacente? Per il filosofo e lo studioso, una definizione è soddisfacente se è pertinente alle cose che definisce e solo a quelle; ecco quanto richiede la logica. Ma nell'insegnamento non è così: una definizione è soddisfacente solo se lo studente la comprende".

Jules Henri Poincaré (1854-1912)

(Poincaré, uno dei massimi matematici del suo tempo, si occupò sia di matematica pura che di fisica teorica. Lo studio del problema dei tre corpi lo portò alla scoperta del "caos deterministico").

MATEMATICA DELLE PAROLE

Bentrovati, cari lettori e amici! Come state? Io discretamente; spero altrettanto, e anzi ancora meglio, per voi. Siamo giunti ormai alla quinta puntata della rubrica per quanto riguarda questa nuova serie: cerchiamo ogni volta di vedere qualcosa di nuovo e interessante di cui parlare e con cui giocare.

Prima di entrare nel merito del nostro argomento, però, lasciatemi festeggiare la vittoria dello scudetto (finalmente) da parte della mia Inter: scrivo infatti due giorni dopo l'arrivo della certezza aritmetica di questa vittoria. L'ultima volta che ero riuscito a festeggiare il medesimo successo ero ancora un ragazzino al secondo anno di liceo. E pazienza se ora mi sarò attirato le antipatie di alcuni di voi: saranno magari compensate dalle simpatie di altri.

Ma veniamo ora ai nostri giochi di parole, iniziando come sempre dalla soluzione e spiegazione di quelli proposti nella scorsa puntata della rubrica. Come ricorderete, si era parlato della sciarada, gioco consistente nella "somma" di due parole che dà origine a una terza.

Il primo e il secondo gioco erano del tipo con la soluzione nascosta sotto le incognite "x". Nel dettaglio: il primo, intitolato *Spaccando la legna*, vedeva appunto una persona impegnata in tale attività che diceva di star sudando su un ciocco (questa la prima parola della soluzione) molto duro, con a lato (seconda parola) la catasta, e pensava di ristorarsi con un po' di cioccolato (terza parola). La soluzione completa, quindi, è "ciocco + lato = cioccolato".

Il secondo gioco, invece, parlava di uno che raccontava un'uscita serale, spiegando che dopo aver rasato la sua barba (prima parola della soluzione) era uscito col suo amico Gianni (seconda parola); passando accanto a un campo, i due avevano visto volare un barbagianni (terza parola). La soluzione è "barba + Gianni = barbagianni". Per inciso, il barbagianni è un uccello rapace notturno; come molti lettori certamente sanno, a Carpi e dintorni si usa definire con tale nome una persona poco sveglia, cosa che non rende giustizia al vero barbagianni che, come tutti gli uccelli rapaci, è tutt'altro che stupido.

Il terzo gioco, infine, era del tipo con la soluzione nascosta dietro il senso apparente delle frasi. Il titolo parlava di un cantante anni

Sessanta. “Spedisco…” porta a “mando” (prima parola della soluzione) . “Tessuto” (il senso apparente è Mario Tessuto, appunto un cantante degli anni ’60 noto soprattutto per la canzone “Lisa dagli occhi blu”) nasconde “lino” (seconda parola, il lino è appunto un tipo di tessuto). “Suona a Napoli” nasconde “mandolino” (terza parola della soluzione), che è appunto lo strumento musicale tipico della città di Napoli nell’iconografia tradizionale. La soluzione completa, dunque, è “mando + lino = mandolino”.

Dopo aver dato dunque il giusto spazio alle soluzioni dei giochi del numero scorso, passiamo ora a vedere un altro tipo di gioco enigmistico con le parole. Parliamo stavolta dell’anagramma.

Come probabilmente sapete, l’anagramma consiste nello spostamento della posizione delle lettere in una parola, spostamento che ovviamente la trasforma in un’altra parola. Per fare un esempio pratico torniamo all’argomento calcistico con cui ho aperto la puntata. Se dico che per assistere alla partita dell’Inter si sono mossi molti tifosi con vari treni, nella frase c’è appunto un anagramma: le parole “Inter” e “treni” sono composte dalle stesse lettere ma con la variazione di posizione tra loro.

Proviamo ora a risolvere alcuni anagrammi. Ne propongo due, entrambi del tipo con le incognite “x”.

Una domanda di letteratura

Si tratta di un errore molto xxxxx
non sapere, da veri illetterati,
che il famoso romanzo “I Malavoglia”
è stato scritto da Giovanni Xxxxx.

Giornata di primavera

Apri la xxxxx ed esci,
guarda che splende il sole,
corri lungo il sentiero,
corri a giocar nel xxxxx!

Per le soluzioni, appuntamento al prossimo numero. **A.P.**

Annotazioni

Annotazioni

NEL PROSSIMO NUMERO …

Tycho Brahe

14 Dicembre 1546 – Knudstrup (Danimarca)
24 Ottobre 1601 - Praga

- **Un ritratto di *Tycho Brahe***
- **Nella rubrica *“Il simbolo del mese” delta - epsilon***
- **16 nuovi problemi a gara**
- **Le soluzioni dei quesiti dal n.401 al n.418 pubblicati sul numero 36, la classifica di tappa per biennio e triennio e la classifica generale**
- **Nella rubrica *“Fatal error”* ci occuperemo ancora di *sogni premonitori***
- **Prosegue la rubrica *“Dialogo dei minimi sistemi”***
- **Nella rubrica *“Dietro le Parole”* si parlerà di *costante***
- **Proseguono le *“Considerazioni e riflessioni”***
- **Nella rubrica *“Recensioni”* il libro *FORSE QUENEAU di Paolo Albani e Paolo Della Bella***
- **Una frase celebre di *Leonardo da Vinci***
- **Una nuova puntata di *“Matematica delle parole”***

Il numero 38 de “Il Leonardo” uscirà lunedì 30 Aprile 2007

Non perdetevelo!

Kurt Gödel

28 Aprile 1906 – Brno
14 Gennaio 1978 – Princeton